1. 이차방정식 $x^2+6x+3k=0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

① $k \le 1$ ② $k \le 2$ ③ $k \le 3$ ④ $k \ge 1$ ⑤ $k \ge 2$

해설

$x^2+6x+3k=0$ 이 실근을 가지려면
$D=36-12k \ge 0$
$36 \ge 12k$
$\therefore 3 \ge k$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + k - 5 = 0$의 근이 없을 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 9$　　② $k > 9$　　③ $k \leq 9$
④ $k < 9$　　⑤ $k > -9$

해설

이차방정식의 근이 없으므로
$D = (-4)^2 - 4(k-5) < 0$
$4 - k + 5 < 0$
$\therefore\ k > 9$

3. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2-2x-4=0$
② $2x^2-5x+3=0$
③ $x^2-4x+5=0$
④ $x^2-4x+4=0$
⑤ $3x^2-10x+5=0$

해설

판별식 $D<0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4}=1+4=5>0$

② $D=25-24=1>0$

③ $\frac{D}{4}=4-5=-1<0$

④ $\frac{D}{4}=4-4=0$

⑤ $\frac{D}{4}=25-15=10>0$

4. 이차방정식 $x^2-2x-k=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1-k)x^2-kx-6=0$ 의 두 근의 합은?

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$D=(-2)^2-4\times(-k)=4+4k=0$

$\therefore\ k=-1$

$2x^2+x-6=0$, $(2x-3)(x+2)=0$

$x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-2$

$\therefore$ 두 근의 합은 $-\frac{1}{2}$

5. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$ 에서 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$
$D = (2m)^2 - 4(m+2) = 0$
$4m^2 - 4m - 8 = 0$
$m = 2$ 또는 $m = -1$
따라서 $m = 2$ 이다. $(\because m > 0)$

6. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 하나의 중근을 갖는다.
③ 근은 존재하지 않는다.
④ 근의 개수는 무한하다.
⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,
$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

7. 이차방정식 $x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2+4x-1=0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 없다.

④ k 의 값에 따라 달라진다.

⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2+2x-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) >0 이다.
$D=2^2-4\times1\times(-k)>0 \rightarrow 4(k+1)>0$
$\therefore\ k>-1$
방정식 $kx^2+4x-1=0$ 에서
$D=4^2-4\times k\times(-1)=4(4+k)>0\ (\because k>-1)$
따라서 방정식 $kx^2+4x-1=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

8. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a , b 는 두 자리의 자연수)

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면
$D = 0,\ \ a^2 - 4 \times 9b = 0$
$\therefore a^2 = 36b = 6^2 b$
따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.
두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.
$\therefore\ a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$
$\therefore\ a = 54$ ($\because\ a$는 자연수)

9. 이차방정식 $x^2+(-m+3)x+24=0$의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

㉠ 주어진 이차방정식의 해는 $4, 6$밖에 없다.
㉡ 작은 근을 α라 하고 $\alpha<0$이면 $m>0$이다.
㉢ 작은 근을 α라 하고 $\alpha>0$이면 $m=13$이다.
㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 6이다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha,\ \alpha+2$라 하면
$\alpha(\alpha+2)=24$에서 $\alpha=4$또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha<0$이면 두 근은 $-6,\ -4$이고 $m-3=-6-4=-10$
$m=-7$이므로 $m<0$이다.
㉢ $\alpha>0$이면 두 근은 $4,\ 6$이고
$m-3=4+6=10$
$\therefore m=13$
㉣ $m=-7,\ 13$이므로 모든 m의 값의 합은 6이다

10. 방정식 $xy+y^2-x+8=0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개 존재할 때, $x-y$ 의 값은?

① $-2\pm2\sqrt{2}$ ② $-3\pm\sqrt{2}$ ③ $-3\pm6\sqrt{2}$
④ $-3\pm8\sqrt{2}$ ⑤ $-5\pm4\sqrt{2}$

해설

$x-y=k$ 라 하면 $y=x-k$
이것을 $xy+y^2-x+8=0$ 에 대입하면
$x(x-k)+(x-k)^2-x+8=0$
$2x^2-(3k+1)x+k^2+8=0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
$(3k+1)^2-4\times2(k^2+8)=0$
$k^2+6k-63=0$
$\therefore\ k=-3\pm6\sqrt{2}$
$\therefore\ x-y=-3\pm6\sqrt{2}$