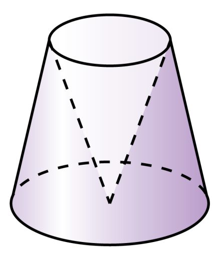
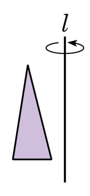
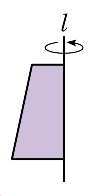
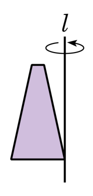
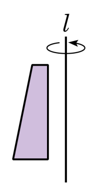
1. 다음 그림과 같은 회전체는 다음 중 어느 도형을 회전시킨 것인가?

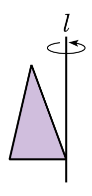


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

평면도형의 변이 회전축에 붙지 않으면 회전체의 가운데가 빈다.

2. 다음 중 다면체의 개수를 a 개, 정다면체의 개수를 b 개, 회전체의 개수를 c 개라고 할 때, $a+b+c$의 값은?

㉠ 육각기둥	㉡ 삼각뿔	㉢ 반구
㉣ 원뿔대	㉤ 정팔면체	㉥ 직육면체
㉦ 정십이면체	㉧ 원뿔	㉨ 정이십면체
㉩ 오각뿔대	㉪ 원기둥	㉫ 삼각기둥

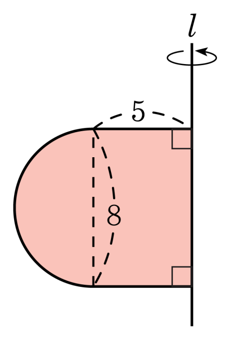
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

다면체는 각기둥, 각뿔, 각뿔대이므로 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉨, ㉩, ㉫ 의 8 개이다.
정다면체는 다면체 중에서 ㉤, ㉦, ㉨의 3 개이다.
회전체는 회전축을 갖는 입체도형이므로 ㉢, ㉣, ㉧, ㉪의 4 개이다.
$\therefore\ a+b+c=8+3+4=15$

3. 다음 평면도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시켜서 얻어지는 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 넓이는?



① $40 + 8\pi$　② $40 + 16\pi$　③ $80 + 8\pi$
④ $80 + 16\pi$　⑤ $80 + 64\pi$

해설

넓이는 반지름이 4 인 원과 가로가 10, 세로가 8 인 직사각형의 넓이의 합과 같으므로 넓이는 $80 + 16\pi$ 이다.

4. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

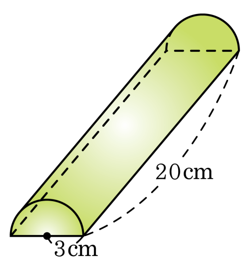
㉠ 한 원의 전체의 사분의 일인 원(사분원)의 한 반지름을 축으로 회전시키면 구가 된다.
㉡ 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면 그 단면은 항상 원이다.
㉢ 원뿔을 자른 단면이 타원이 될 수도 있다.
㉣ 원뿔대의 자른 단면이 삼각형이 될 수도 있다.
㉤ 구는 전개도를 그릴 수 없으며, 회전축이 무수히 많다.
㉥ 모든 회전체는 회전축이 하나뿐이다.
㉦ 구는 공간에서 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들이 모인 것이다.

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥
③ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦ ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉦

해설

㉠ 한 원의 전체의 사분의 일인 원(사분원)의 한 반지름을 축으로 회전시키면 반구가 된다.
㉣ 원뿔대의 자른 단면이 삼각형이 될 수가 없다.
㉥ 구는 회전축이 무수히 많다.

5. 다음 그림과 같은 비닐하우스를 세우려고 한다. 필요한 비닐의 넓이를 구하여라. (단 바닥은 비닐을 사용하지 않는다.)



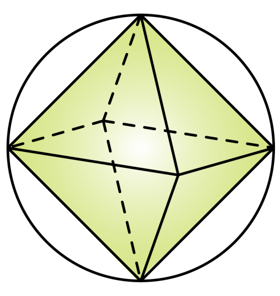
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ $\underline{\mathrm{m}^2}$

▷ 정답 : 69π $\underline{\mathrm{m}^2}$

해설

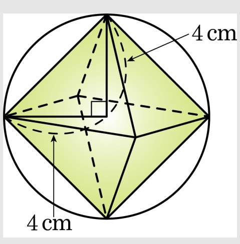
$$2\times\left(\pi\times3^2\times\frac{1}{2}\right)+\left(2\pi\times3\times\frac{1}{2}\right)\times20=69\pi(\mathrm{m}^2)$$

6. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 구 안에 정팔면체가 있다. 모든 꼭짓점이 구면에 닿아 있을 때, 정팔면체의 부피를 구하면?



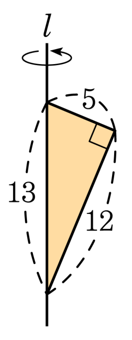
① $\frac{256}{3}\text{cm}^2$　② $\frac{64}{9}\text{cm}^2$　③ $\frac{64}{3}\text{cm}^2$
④ $\frac{128}{3}\text{cm}^2$　⑤ $\frac{256}{9}\text{cm}^2$

해설



정팔면체의 부피는 밑면이 정사각형인 사각뿔의 부피의 두 배와 같으므로
$V = 2\times\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times4\right\} = \frac{256}{3}(\text{cm}^3)$ 이다.

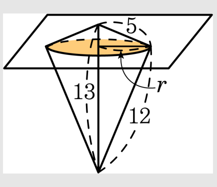
7. 다음 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 중에서 가장 큰 단면의 넓이는?



① $\frac{625}{36}\pi$　② 25π　③ $\frac{2500}{169}\pi$

④ $\frac{3600}{169}\pi$　⑤ $\frac{144}{9}\pi$

해설



회전축에 수직인 평면으로 자를 때 단면의 넓이가 가장 큰 경우는 위 그림과 같이 자를 때이므로 원의 반지름 r 의 값은

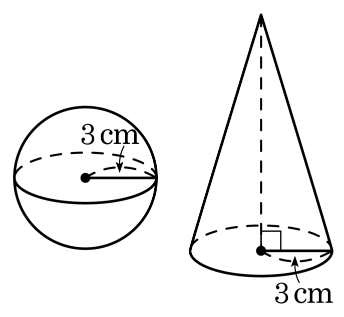
$\frac{1}{2}\times 5\times 12=\frac{1}{2}\times r\times 13$

$\therefore\ r=\frac{60}{13}$

따라서, 단면의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{60}{13}\right)^2=\frac{3600}{169}\pi$ 이다,

8. 반지름의 길이가 3cm 인 구와 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔이 있다. 구의 부피가 원뿔의 부피의 $\frac{6}{5}$ 배일 때, 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설

(구의 부피)$= \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\mathrm{cm}^3)$

높이를 h 라고 하면

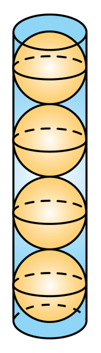
(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times h$

$3\pi h \times \frac{6}{5} = 36\pi$

$\frac{18}{5}h = 36$

$\therefore\ h = 10(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 공 4 개가 꼭 맞게 들어가는 원기둥이 있다. 이 원기둥에 물을 가득 담은 후 공 4 개를 넣은 뒤, 4 개를 모두 꺼내면 남아있는 물의 높이는 몇 cm 인지 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 3cm, 높이가 24cm 이므로 원기둥의 부피는
$\pi \times 3^2 \times 24 = 216\pi(\mathrm{cm}^3)$
이때 반지름의 길이가 3cm 인 공 한 개의 부피는
$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\mathrm{cm}^3)$
이므로 남아 있는 물의 부피는
$216\pi - 36\pi \times 4 = 72\pi(\mathrm{cm}^3)$
따라서 남아 있는 물의 높이를 $h$cm 라고 하면
$\pi \times 3^2 \times h = 72\pi \qquad \therefore\ h = 8(\mathrm{cm})$

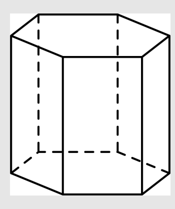
10. 꼭짓점의 개수가 12 개인 각기둥의 밑면의 모양을 써라.

▶ 답 :

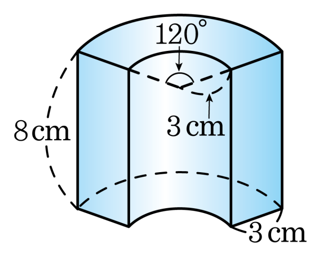
▷ 정답 : 육각형

해설

꼭짓점의 개수가 12 개인 각기둥은 육각기둥이므로 밑면의 모양은 육각형이다.



11. 다음 그림과 같은 입체도형의 부피를 $A\pi$, 겉넓이를 $B+C\pi$ 라고 할 때, $B+C-A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

주어진 입체도형의 겉넓이를 구하면

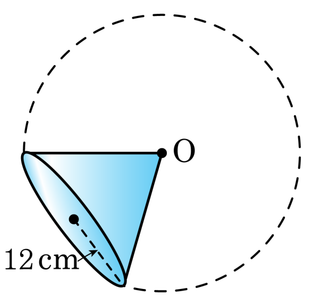
$$S = 2\left(\pi \times 6^2 \times \frac{120°}{360°} - \pi \times 3^2 \times \frac{120°}{360°}\right) + 8 \times 2\pi \times 3 \times \frac{120°}{360°} + 8 \times 2\pi \times 6 \times \frac{120°}{360°} + 3 \times 8 \times 2 = 66\pi + 48(\mathrm{cm}^2)$$

또한, 주어진 입체도형의 부피를 구하면

$$V = \pi \times 6^2 \times \frac{120°}{360°} \times 8 - \pi \times 3^2 \times \frac{120°}{360°} \times 8 = 96\pi - 24\pi = 72\pi(\mathrm{cm}^3)$$

따라서 $B+C-A = 48+66-72 = 42$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 12cm 인 원뿔을 꼭지점 O 를 중심으로 굴렸더니 $\frac{5}{4}$ 회전하고 다시 원래의 자리로 돌아왔다. 이 때, 원뿔의 겉넓이는?

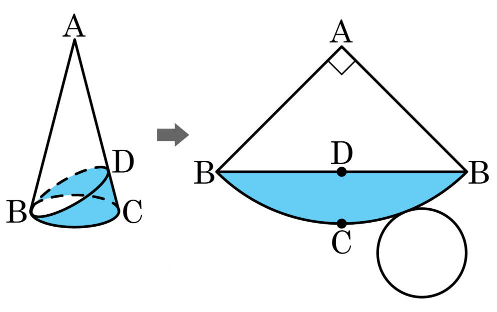


① $144\pi \mathrm{cm}^2$　② $180\pi \mathrm{cm}^2$　③ $240\pi \mathrm{cm}^2$
④ $324\pi \mathrm{cm}^2$　⑤ $384\pi \mathrm{cm}^2$

해설

원의 중심을 O 로 하는 원의 반지름을 r 이라고 할 때,
$(2 \times 12 \times \pi) \times \frac{5}{4} = 2\pi \times r,\ r = 15(\mathrm{cm})$ 이다.
원뿔의 모선을 l 이라 하면 $r = l$ 이므로
$S = \pi \times 15 \times 12 + \pi \times 12^2 = 324\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

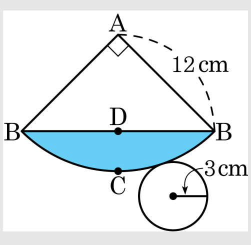
13. 다음 그림은 모선의 길이가 12cm, 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔과 그 원뿔의 전개도이다. B 에서 출발하여 D 를 거쳐 다시 출발점인 B 로 돌아오는 최단거리를 나타낸 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 $(a+b\pi)\text{cm}^2$ 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

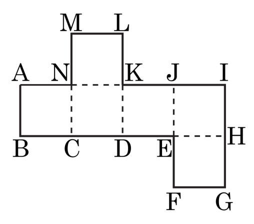


원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구하면 $\frac{3}{12}\times 360° = 90°$ 이다.

(색칠한 부분의 넓이) $= \frac{1}{4}\times\pi\times 12^2 - \frac{1}{2}\times 12\times 12 = 36\pi - 72(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 $a=-72,\ b=36$ 이므로 $b-a = 36-(-72) = 108$ 이다.

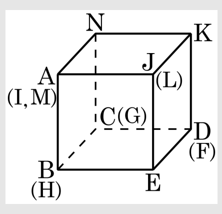
14. 다음은 정육면체의 전개도이다. $\overline{CD}$ 와 겹치는 모서리는?



① $\overline{BC}$　　② $\overline{CD}$　　③ $\overline{DE}$

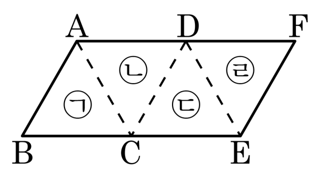
④ $\overline{FG}$　　⑤ $\overline{GH}$

해설



전개도를 접으면 이와 같은 모습을 가지게 된다. $\overline{CD}$ 와 겹치는 모서리는 $\overline{FG}$ 이다.

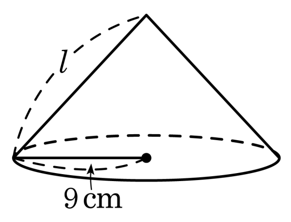
15. 다음 전개도로 만든 입체도형에서 $\overline{AB}$ 를 포함하는 면을 모두 고르면?



① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ

해설
$\overline{AB}$ 를 포함하는 면 : ㄱ, ㄹ

16. 다음 그림과 같은 원뿔의 겉넓이가 $200\pi\text{cm}^2$ 일 때, l의 길이는?

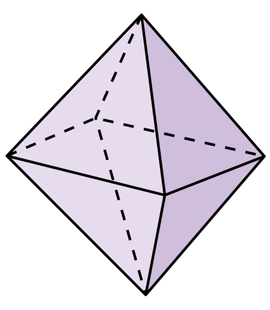


① $\frac{119}{3}$cm ② $\frac{119}{9}$cm ③ $\frac{81}{7}$cm
④ $\frac{81}{5}$cm ⑤ $\frac{119}{2}$cm

해설

(원뿔의 겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이) 에서
$S = \pi r^2 + \pi rl = 81\pi + 9\pi l = 200\pi\,\text{cm}^2$
$9\pi l = 119\pi$
$\therefore\ l = \frac{119}{9}$ cm

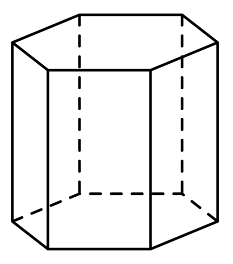
17. 다음 정팔면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만들어지는 입체도형의 면의 개수는?



① 4 개　② 6 개　③ 8 개　④ 12 개　⑤ 12 개

해설
정팔면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 도형은 정육면체이다.
따라서 정육면체의 면의 수는 6 개다.

18. 다음 다면체에 대하여 다음을 구하면?



$\{(\text{모서리의 개수}) - (\text{꼭짓점의 개수})\} \times (\text{면의 개수})$

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

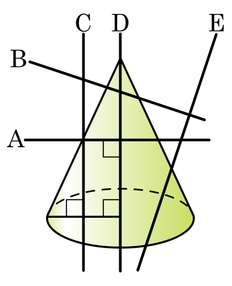
$(18-12) \times 8 = 48$

19. 다음 중 정다면체와 그 설명이 바르게 짝지어지지 않은 것은?

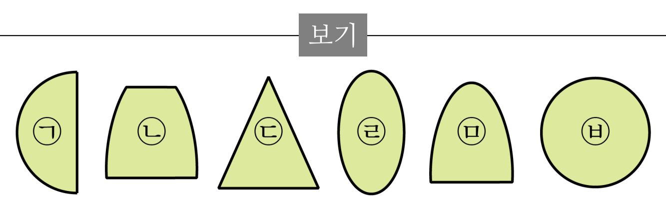
① 정사면체는 면의 모양이 정삼각형이다.
② 정육면체는 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3 개이다.
③ 정팔면체는 꼭짓점의 개수는 6 개이다.
④ 정십이면체는 모서리의 개수는 20 개이다.
⑤ 정이십면체는 면의 개수는 20 개이다.

해설
④ 정십이면체의 모서리의 개수는 30 개이다.

20. 다음 보기 는 다음 그림의 원뿔을 평면 A, B, C, D, E 로 자를 때, 생기는 단면의 모양이다. 평면과 단면의 모양이 알맞게 짝지어지지 <u>않은</u> 것은?



보기

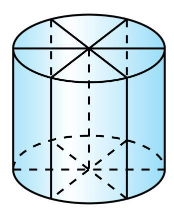


① A - ㉥　② B - ㉣　③ C - ㉡
④ D - ㉢　⑤ E - ㉠

해설

③ C에서 자르면 ㉤의 모양이 된다.

21. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm 이고 높이가 8 cm 인 원기둥을 6 등분할 때, 늘어나는 겉넓이는?

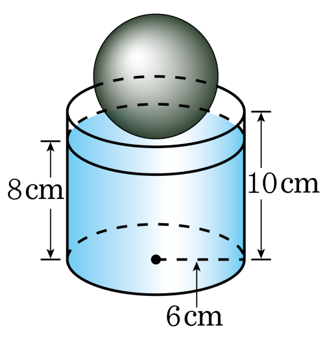


① 370 cm^2 ② 400 cm^2 ③ 420 cm^2
④ 450 cm^2 ⑤ 480 cm^2

해설

6 등분하기 위하여 수직으로 자르면 가로의 길이가 5 cm , 세로의 길이가 8 cm 인 직사각형이 잘린 면 양쪽으로 12 개가 늘어난다.
$\therefore$ (늘어난 겉넓이) $= (5 \times 8) \times 12 = 480(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm, 높이가 10cm 인 원기둥 모양의 그릇에 높이가 8cm 만큼 물이 차 있었다. 이 그릇에 공은 넣었더니 물이 $28\pi\text{cm}^3$ 만큼 넘쳐흘렀다. 공의 부피는? (단, 그릇의 두께는 무시한다.)

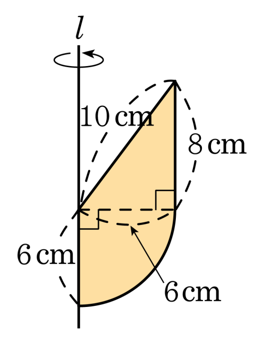


① $70\pi\text{cm}^3$　② $85\pi\text{cm}^3$　③ $100\pi\text{cm}^3$
④ $115\pi\text{cm}^3$　⑤ $130\pi\text{cm}^3$

해설

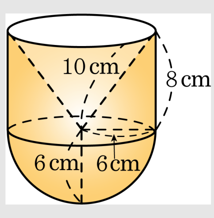
(공의 부피)
= (흘러넘친 물의 양) + (비어있는 원기둥 부피)
$V = 28\pi + \pi \times 6^2 \times (10-8) = 100\pi(\text{cm}^3)$

23. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 1 회전 시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는?



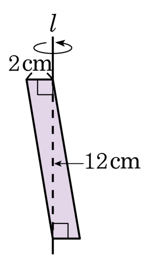
① $328\pi \mathrm{cm}^3$　② $332\pi \mathrm{cm}^3$　③ $336\pi \mathrm{cm}^3$
④ $340\pi \mathrm{cm}^3$　⑤ $344\pi \mathrm{cm}^3$

해설



$$
\begin{aligned}
V &= (\text{원기둥 부피}) - (\text{원뿔 부피}) + (\text{반구 부피}) \\
&= (\pi \times 6^2 \times 8) - \left(\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8\right) \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 6^3\right) \\
&= 336\pi(\mathrm{cm}^3)
\end{aligned}
$$

24. 다음 그림의 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피는?

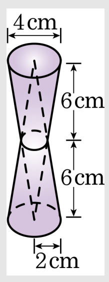


① $24\pi\,\text{cm}^3$ ② $25\pi\,\text{cm}^3$ ③ $26\pi\,\text{cm}^3$

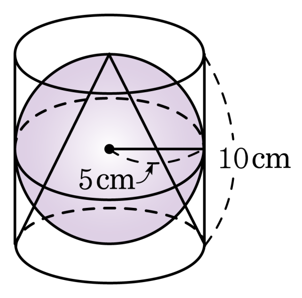
④ $27\pi\,\text{cm}^3$ ⑤ $28\pi\,\text{cm}^3$

해설

(부피) $= 2 \times \left(\frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 12 - \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 6\right) =$ $28\pi(\text{cm}^3)$



25. 반지름의 길이가 5cm 인 구가 오른쪽 그림과 같이 원기둥 안에 꼭 맞게 들어가 있다. 원기둥과 구, 원뿔의 부피를 구하고 원기둥 : 구 : 원뿔의 부피의 비가 $a : b : c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 서로소이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원기둥의 부피는 $5^2\pi \times 10 = 250\pi$

구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi$

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 250\pi = \frac{250}{3}\pi$

원기둥 : 구 : 원뿔 $= 250\pi : \frac{500}{3}\pi : \frac{250}{3}\pi$

$= 3 : 2 : 1$

따라서 $a + b + c = 3 + 2 + 1 = 6$ 이다.