

1. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(-7) 사이의 거리를 구하면?

① 8

② 6

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$$\therefore |-7 - (-3)| = 4$$

2. 두 점 A(-5, -1), B(4, -5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 P(a , $-a$) 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

3. B(4, 2), C(0, 5)인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1)일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

- ① A(-2, -3) ② A(-2, -4) ③ A(-1, -4)
④ A(-1, -3) ⑤ A(-1, 4)

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x+4+0}{3} = 1, \frac{y+2+5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

4. 기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

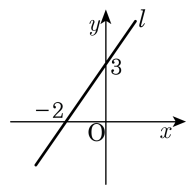
기울기가 3 이고 점 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = 3(x + 2) + 3 = 3x + 9$$

따라서 $a = 3, b = 9$

$$\therefore a + b = 12$$

5. 직선 l 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

6. 두 점 $A(-1, 4)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore P = (2, 0)$
 $a + b = 2$

7. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 A(a , 3), B(-1, -5), C(3, 7) 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 A(a , 3), B(-1, -5), C(3, 7)에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

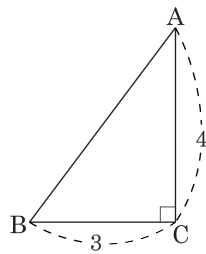
$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각 삼각형이 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$ 의 값은?

- ① 125 ② 200 ③ 250
 ④ 325 ⑤ 450



해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는

각각 A(0, 4), B(-3, 0)이다.

따라서 선분 AB를 2 : 3으로

외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2 \times (-3) - 3 \times 0}{2 - 3}, \frac{2 \times 0 - 3 \times 4}{2 - 3}\right)$$

$$= P(6, 12)$$

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{3 \times (-3) - 2 \times 0}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2}\right)$$

$$= Q(-9, -8)$$

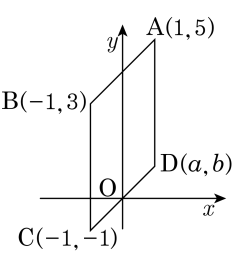
$$\begin{aligned} \overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 &= (6^2 + 12^2) + (9^2 + 8^2) \\ &= 325 \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
즉, $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$



10. 다음 두 이차방정식 $x^2 - y^2 = 0$ 과 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 의 해의 개수는?
- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개
④ 4개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서 $(x + y)(x - y) = 0$
 $\therefore x + y = 0$ 또는 $x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 - y^2 = 0$
 $(x + y - 1)(x - y - 1) = 0$
 $\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$
따라서, 다음 그림과 같이 $x^2 - y^2 = 0$ 는
두 직선 $x + y = 0, x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 는 두 직선 $x + y - 1 = 0, x - y - 1 = 0$
위의 점이므로 다음 그림에서
교점의 개수는 2개

11. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $x+y+3=0$ ② $x-y+3=0$ ③ $x+y-3=0$
④ $x-y-3=0$ ⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$$

$$\therefore (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로

$$(-1) \times \frac{2k+5}{k-2} = -1$$

$$\therefore k = -7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 구하는

직선의 방정식은 $x-y+3=0$

(보충)

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$ 의

교점을 지나는 직선은

$$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$$

12. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $-2 < m < 2$ ② $-2 < m < 3$ ③ $-1 < m < 2$
④ $1 < m < 4$ ⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \dots ①$ 에서
 $m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로
위의 직선은 m 의 값에 관계없이
점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서
만나기 위해서는 직선 ①이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.
직선 ①이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고
 $(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로
따라서 $1 < m < 4$

13. 두 점 A(-2, 0), B(1, -1)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 될 때의 점 P의 좌표를 구하면?

- ㉠ P $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ㉡ P (-1, -1) ㉢ P (0, 0)
㉣ P $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ㉤ P (1, 1)

해설

점 P의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (x+2)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2 \\ &= 2x^2 + 2x + 2y^2 + 2y + 6 \\ &= 2(x^2 + x) + 2(y^2 + y) + 6 \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + 5\end{aligned}$$

따라서 $x = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$ 일 때,

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 된다.

$$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

14. 점 $(3, 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로 } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

15. 두 직선 $3x + 4y = 24$ 와 $3x + 4y = 4$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x + 4y = 24$ 의 점 $(0, 6)$

$$\frac{|0 \times 3 + 6 \times 4 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

16. 점 $(3, 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로, } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

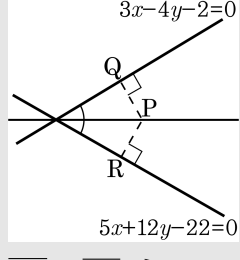
17. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

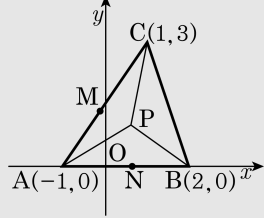
$$\therefore a+b+c=-1$$

18. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$ 이 있다. $\triangle ABC$ 의 내부의 점 P 가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P 가 그리는 도형의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P 가 $\triangle ABC$ 의 내부의 점이고
 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$$\therefore \triangle BPC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

점 P 는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M , N 을 잇는 선분 위에 있다.

$$\text{그런데 } M\left(0, \frac{3}{2}\right), N\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\text{점 } P \text{의 자취 } \overline{MN} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$