1. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(-7) 사이의 거리를 구하면?

① 8 ② 6 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$\therefore\ |-7-(-3)|=4$

2. 두 점 $A(-5,-1)$, $B(4,-5)$에서 같은 거리에 있는 $y=-x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a,\ -a)$ 라 하면, $(\because\ y=-x)$

$\overline{PA}=\overline{PB} \Rightarrow\ \overline{PA}^2=\overline{PB}^2$

$(a+5)^2+(-a+1)^2=(a-4)^2+(-a+5)^2$

$a^2+10a+25+a^2-2a+1$

$=a^2-8a+16+a^2-10a+25$

$\Rightarrow\ 26a=15 \Rightarrow\ a=\frac{15}{26}$

$\therefore P(a,-a)=\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

3. $B(4,\ 2)$, $C(0,\ 5)$ 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 1)$ 일 때, 꼭짓점 A 의 좌표를 구하면?

① $A(-2, -3)$　　② $A(-2, -4)$　　③ $A(-1, -4)$

④ $A(-1, -3)$　　⑤ $A(-1,\ 4)$

해설

$A(x,\ y)$ 라 하면

$$\frac{x+4+0}{3} = 1\ ,\ \frac{y+2+5}{3} = 1$$

$\therefore x = -1,\ y = -4$

4. 기울기가 3 이고 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, $a,\ b$ 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

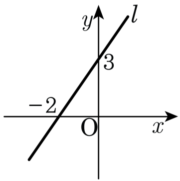
기울기가 3 이고 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$y=3(x+2)+3=3x+9$

따라서 $a=3,\ b=9$

$\therefore\ a+b=12$

5. 직선 l의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 l 이 x축, y축과 만나는 점의 좌표가
각각 $(-2,\ 0),\ (0,\ 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

6. 두 점 $\mathrm{A}(-1,4), \mathrm{B}(6,3)$ 에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 $\mathrm{P}(a,b)$ 라 할 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\mathrm{P}=(a,0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$ 에서

$(a+1)^2+4^2=(a-6)^2+9$, $a=2$

$\therefore\ \mathrm{P}=(2,0)$

$a+b=2$

7. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

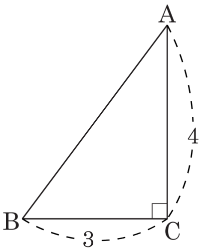
$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{A}$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CA}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$에 대하여

$$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (-1-a)^2 + (-5-3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{\mathrm{CA}}^2 = (a-3)^2 + (3-7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (3+1)^2 + (7+5)^2 = 160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
$\therefore\ a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각 삼각형이 있다. 선분 AB를 $2:3$으로 외분하는 점을 P, $3:2$로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$의 값은?



① 125 ② 200 ③ 250

④ 325 ⑤ 450

해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는
각각 $A(0, 4)$, $B(-3, 0)$이다.
따라서 선분 AB를 $2:3$으로
외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2\times(-3)-3\times 0}{2-3}, \frac{2\times 0-3\times 4}{2-3}\right)$$

$= P(6, 12)$

선분 AB를 $3:2$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{3\times(-3)-2\times 0}{3-2}, \frac{3\times 0-2\times 4}{3-2}\right)$$

$= Q(-9, -8)$

$$\begin{aligned}\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 &= (6^2+12^2)+(9^2+8^2)\\ &= 325\end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(1,5)$, $\mathrm{B}(-1,3)$, $\mathrm{C}(-1,-1)$, $\mathrm{D}(a,b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

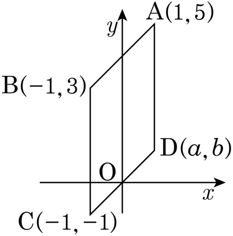
해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.

즉, $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$

$\therefore a = 1,\ b = 1$

$\therefore ab = 1$



10. 다음 두 이차방정식 $x^2 - y^2 = 0$과 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$의 해의 개수는?

① 없다 ② 1 개 ③ 2 개

④ 4개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서 $(x+y)(x-y) = 0$

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x - y = 0$

$x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x-1)^2 - y^2 = 0$

$(x+y-1)(x-y-1) = 0$

$\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$

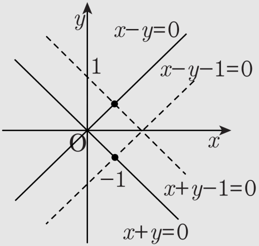
따라서, 다음 그림과 같이 $x^2 - y^2 = 0$ 는

두 직선 $x + y = 0$, $x - y = 0$

$x^2-y^2-2x+1 = 0$ 는 두 직선 $x+y-1 = 0$, $x - y = 0$

위의 점이므로 다음 그림에서

교점의 개수는 2 개



11. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$에 수직인 직선의 방정식은?

① $x+y+3=0$ ② $x-y+3=0$ ③ $x+y-3=0$
④ $x-y-3=0$ ⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$

$\therefore\ (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0\cdots$㉠

이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로

$$(-1)\times\frac{2k+5}{k-2}=-1$$

$\therefore\ k=-7\cdots$㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 구하는 직선의 방정식은 $x-y+3=0$

(보충)

두 직선 $ax+by+c=0,\ \ a'x+b'y+c'=0$ 의 교점을 지나는 직선은

$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$

12. 두 직선 $x+y=3$, $mx-y+2m-5=0$이 제 1사분면에서 만날 때, m의 값의 범위는?

① $-2<m<2$ ② $-2<m<3$ ③ $-1<m<2$

④ $1<m<4$ ⑤ $0<m<3$

해설

$mx-y+2m-5=0\cdots$ ①에서

$m(x+2)-(y+5)=0$이므로

위의 직선은 m의 값에 관계없이

점 $(-2,-5)$를 지나고, 기울기 m인 직선이다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서

만나기 위해서는 직선 ①이 $(3,0)$과 $(0,3)$을

잇는 선분의 사이를 지나면 된다.

직선 ①이 $(3,0)$을 지날 때 $m=1$이고

$(0,3)$을 지날 때 $m=4$이므로

따라서 $1<m<4$

13. 두 점 A$(-2,\ 0)$, B$(1,\ -1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 값이 최소가 될 때의 점 P의 좌표를 구하면?

① $\mathrm{P}\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\mathrm{P}(-1,-1)$ ③ $\mathrm{P}(0,0)$
④ $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $\mathrm{P}(1,1)$

해설

점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2 &= (x+2)^2+y^2+(x-1)^2+(y+1)^2\\ &= 2x^2+2x+2y^2+2y+6\\ &= 2\left(x^2+x\right)+2\left(y^2+y\right)+6\\ &= 2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+5\end{aligned}$$

따라서 $x=-\frac{1}{2},\ y=-\frac{1}{2}$일 때,

$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$의 값이 최소가 된다.

$\therefore \mathrm{P}\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

14. 점 $(3,4)$ 에서 직선 $2x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $k=3$

해설

$\dfrac{|2\times3-4+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$ 이므로 $|2+k|=5$ 이다.

따라서 $k=3$ $(\because\ k$ 는 양수$)$

15. 두 직선 $3x+4y=24$와 $3x+4y=4$사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=24$의 점 $(0,6)$

$$\frac{|0\times3+6\times4-4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$$

16. 점 $(3,\ 4)$ 에서 직선 $2x-y+k=0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\dfrac{|2\times3-4+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$ 이므로, $|2+k|=5$ 이다.

따라서 $k=3$ ($\because$ k 는 양수)

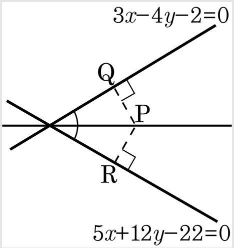
17. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm 5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

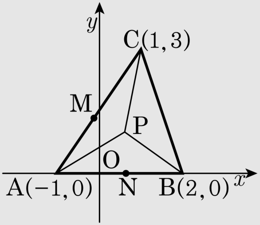
18. 좌표평면 위에 세 점 $A(-1,0)$, $B(2,0)$, $C(1,3)$이 있다. $\triangle ABC$의 내부의 점 P가 $\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$인 관계를 만족시키면서 움직인다. 점 P가 그리는 도형의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

점 P가 $\triangle ABC$의 내부의 점이고

$\triangle BPC = \triangle APC + \triangle APB$ 이므로



$\therefore\ \triangle BPC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC$

점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 중점 M, N 을 잇는 선분 위에 있다.

그런데 $M\left(0,\ \dfrac{3}{2}\right)$, $N\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 P의 자취 $\overline{MN} = \sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{9}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$