

1. 다음 복소수에서 실수, 허수, 순허수를 각각 구하시오.

$$\textcircled{\text{㉠}} 2 + 3i$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -3$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -5i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} -3 + \sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} 0$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 실수 : $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉥}}$

▷ 정답 : 허수 : $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉤}}$

▷ 정답 : 순허수 : $\textcircled{\text{㉢}}$

해설

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\begin{aligned} & {}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} \\ & + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} & = {}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8}i \cdot \sqrt{2}i \\ & \quad + \frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$= -2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2}i^2 + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

$$= -2 + 2 - 4 + 2$$

$$= -2$$

※ 참고

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{가 항상 성립하는 } a, b \text{의 부호를}$$

생각해 보자.

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6} \text{ 이 된다고 계산할 수도 있다.}$$

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가 성립한다.

$$\text{마찬가지로 } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{-\frac{10}{5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i \text{ 라고 함부로 계산해}$$

서는 안 된다.

$$\text{왜냐하면 } a > 0, b < 0 \text{ 일 때를 제외한 경우에만 } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ 가}$$

성립하기 때문이다.

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

4. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

5. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 2)$, $B(5, 4)$ 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

① 6

② $\sqrt{37}$

③ $\sqrt{38}$

④ $\sqrt{39}$

⑤ $\sqrt{40}$

해설

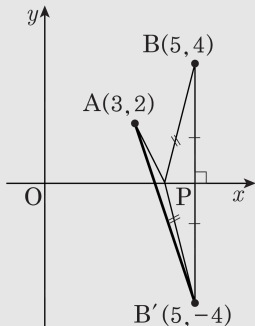
다음 그림과 같이 점 $B(5, 4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 $B'(5, -4)$ 라 하면

$$\overline{PB} = \overline{PB'} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



6. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$ 라 할 때 $\frac{AB \star B^2}{A \star B}$ 를 간단히 하면?

① A

② B

③ AB

④ A^2

⑤ B^2

해설

$A \star B = G$ 라 하면, $A = aG, B = bG$ 이고, a, b 는 서로소이다.

$$\frac{AB \star B^2}{A \star B} = \frac{abG^2 \star b^2G^2}{G} = \frac{bG^2}{G} = bG = B$$

7. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \circ B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{ 는 서로소})$$

$$A^2 \circ AB = [\text{가}], A^2 \circ B^2 = [\text{나}]$$

$$\therefore (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) = [\text{다}]$$

① A, G^2, A

② aG^2, G, A

③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG

⑤ G, G, AB

해설

$$\begin{aligned} (\text{가}) &= A^2 \circ AB = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2ab \text{ 의 최대공약수}) \\ &= aG^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{나}) &= A^2 \circ B^2 = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2b^2 \text{ 의 최대공약수}) \\ &= G^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{다}) &= (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) \\ &= ((\text{가}) \text{ 와 } (\text{나}) \text{ 의 최소공배수}) = aG^2 = AG \end{aligned}$$