

1. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 12 와 C 의 최소공배수는 24 이다. 세 수 A , B , C 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 두 수의 최소공배수인 12 과 C 의 최소공배수가 24 이므로, 세 수 A , B , C 최소공배수는 24 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 24 의 배수이다.

2. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3, 32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

3. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

4. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

5. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

6. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인가?

① 30 개

② 31 개

③ 32 개

④ 33 개

⑤ 34 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로

$$100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

8. 18과 a 의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30, 6 \times 7 = 42, \\ 6 \times 8 = 48 \text{ 의 6 개이다.}$$

9. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, \quad 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

10. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

① $\frac{1}{2}$

② 600

③ 300

④ 150

⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a} \text{가 제곱수이어야 하므로}$$

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{ 일 때,}$$

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{ 일 때,}$$

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{ 일 때,}$$

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{ 일 때,}$$

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$