

1. 다음 중 그 값이 다른 것을 고르면?

① 13 의 제곱근

② $(-\sqrt{13})^2$ 의 제곱근

③ $x^2 = 13$ 을 만족시키는 수 x

④ 제곱근 13

⑤ $\sqrt{13^2}$ 의 제곱근

해설

①, ②, ③, ⑤ $\pm\sqrt{13}$

④ (제곱근 13) = (13 의 양의 제곱근) = $\sqrt{13}$

2. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36

② 49

③ -1

④ 225

⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.

⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

3. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $-6a$

③ $6a$

④ $-4a$

⑤ $4a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} \\ &= -2a - (-2a) \\ &= -2a + 2a = 0\end{aligned}$$

4. $\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위해서는 어떤 정수의 제곱이 되어야 한다.
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5 = 15$ 이다.

5. 18 에 자연수 a 를 곱하여 $\sqrt{18a}$ 가 자연수가 되도록 할 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{18a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a}, a = 2$$

6. $\sqrt{30+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 4

② 6

③ 9

④ 10

⑤ 19

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 6$ 이다.

7. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x = 1$ 일 때, $\sqrt{15+x}$ 는 자연수가 된다.

㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x}$ 는 자연수가 된다.

㉢ $x = 4$ 일 때, $\sqrt{140+x}$ 는 자연수가 된다.

㉤ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x}$ 는 자연수가 된다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x} = \sqrt{27}$ 이고 27은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

㉤ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x} = \sqrt{91}$ 이고 91은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

8. 다음 중 무리수가 아닌 것은?

① $1.313131..$

② $3.123123412345...$

③ π

④ $\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

① $1.313131.. = 1.\dot{3}\dot{1}$ (순환소수) 이므로 유리수이다.

9. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 2b$

해설

$a > b$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2} = a - (-2b) = a + 2b$$

10. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{9a})^2 = 9a$

② $-(-\sqrt{3a})^2 = 3a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $-\sqrt{4a^2} = -4a$

⑤ $\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

해설

② $-(-\sqrt{3a})^2 = -3a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-\sqrt{4a^2} = -2a$

⑤ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

11. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1

② -1

③ $1 - 2a$

④ $2a - 1$

⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0$, $a - 1 < 0$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a - 1$$

12. $\sqrt{8x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 를 모두 구하면? (단, $x < 20$ 인 자연수이다.)

① 2, 8

② 2, 4, 8, 16

③ 2, 8, 9

④ 2, 8, 18

⑤ 2, 8, 19

해설

$$\sqrt{8x} = \sqrt{2^3 \times x}$$

$$x = 2, 2^3, 2 \times 3^2$$

13. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

14. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$

㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$

㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$

㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.

㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

15. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3 \text{ 이므로}$$

$$N(1), N(2), N(3) = 1$$

$$N(4), N(5), \cdots, N(8) = 2$$

$$N(9), N(10) = 3$$

$$\therefore N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$$

$$= 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

16. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $-\frac{1}{4}$

㉡ π

㉢ $0.\dot{2}$

㉣ $\sqrt{2} - 1$

㉤ $\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{2^4}$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

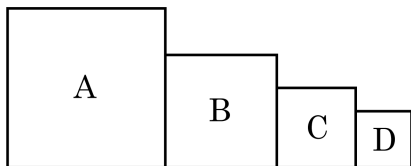
해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.

π , $\sqrt{2} - 1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.

따라서 무리수는 3 개이다.

17. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4} \text{ cm}$

② $\frac{1}{2} \text{ cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 $(D \text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

18. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4

② 9

③ 16

④ 36

⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$$-5 + \square = -1, \square = 4$$

4 는 16 의 양의 제곱근

19. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

20. 자연수 x 에 대하여
 $\sqrt{x}$ 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{196}(=14) &< \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15) \text{ 이므로} \\ f(220) &= (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14 \\ \sqrt{144} &= \sqrt{(12)^2} = 12 \text{ 이므로} \\ f(144) &= (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11 \\ \therefore f(220) - f(144) &= 14 - 11 = 3\end{aligned}$$