

1. $\sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다.
이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은?

① $a < -2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $-2 < a < 0$

⑤ $-2 < a < 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} \\ &= |a+2| - |a-2| = 2a \end{aligned}$$

이 식이 성립하려면 $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore -2 < a < 2$$

2. 다음 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 수 있는 수를 구하면?

$$x^2 - 2x + \square = (x - \square)^2$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

3. $1 < x < 4$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ 을 간단히 하면?

① $2x - 2$

② $2x + 1$

③ $2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 8x + 16} \\ &= \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(x-4)^2} \\ &= |x-1| - |x-4| \\ &= x-1 + x-4 = 2x-5 \end{aligned}$$

4. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

5. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$

이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3은 m 의 값이 아니다.

6. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$$(x-4)^2 = \frac{a}{2}$$

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 하므로

$$a = 0$$

7. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 2t - 24 = 0$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

8. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

① 0

② 1

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{5}{6}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$A = -\frac{1}{3}$ 또는 $A = 1$

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

9. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 18 \\ 2(a-b)^2 - 11(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = -2$

해설

$a + b = A$, $a - b = B$ 라고 하면

$$2A^2 + 5A = 18$$

$$2A^2 + 5A - 18 = 0$$

$$(A - 2)(2A + 9) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a + b = 2 \cdots \textcircled{㉠}$

$$2B^2 - 11B = 6$$

$$2B^2 - 11B - 6 = 0$$

$$(2B + 1)(B - 6) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a - b = 6 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $2a = 8$ 이다.

따라서 $a = 4$, $b = -2$ 이다.

10. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라. (단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{㉠} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 33

해설

$$\textcircled{㉠} \quad \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

11. x 에 대한 이차식 $(3x+3+a)(3x+2a-5)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$3+a=2a-5$$

$$a=8$$

12. $\frac{x^2}{9} + Ax + \frac{9}{4}$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값은?

① $\pm \frac{1}{3}$

② ± 1

③ $\pm \frac{3}{2}$

④ $\pm \frac{1}{2}$

⑤ $\pm \frac{1}{4}$

해설

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 \pm x + \frac{9}{4}$$

$$\therefore A = \pm 1$$

13. $x^3 - y^3 = -2$, $xy = -1$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, $x < y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 0$

해설

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) = -2$$

$xy = -1$ 을 대입하면

$$(x - y)^3 - 3(x - y) = -2,$$

$$(x - y)^3 - 3(x - y) + 2 = 0$$

$x - y = t$ 로 놓으면

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

이를 인수분해하면

$$t^3 - t^2 + t^2 - 3t + 2 = 0,$$

$$t^2(t - 1) + (t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)^2(t + 2) = 0$$

$$x - y = -2 \quad (\because x < y)$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (-2)^2 + 4(-1) = 0$$

$$\therefore x + y = 0$$

14. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{6}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&= \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\&= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

15. $a - 2b = 3$ 이고, $2ax - 4xb + ay - 2by = -12$ 일 때, $4x^2 + 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2ax - 4xb + ay - 2by &= 2x(a - 2b) + y(a - 2b) \\ &= (a - 2b)(2x + y) \\ &= 3 \times (2x + y) \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\therefore 2x + y = -4$$

$$4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2 = (-4)^2 = 16$$

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

17. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

18. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

19. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

20. 이차방정식 $x^2 - 10x = a$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

① -25

② 25

③ -100

④ 100

⑤ -10

해설

$$x^2 - 10x = a \rightarrow x^2 - 10x - a = 0$$

$$\left(\frac{-10}{2}\right)^2 = -a$$

$$\therefore a = -25$$

21. 이차방정식 $16x^2 - 24x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2 - ax + 20 = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$16x^2 - 24x + a = 0$$

$$\left(\frac{-24}{16 \times 2} \right)^2 = \frac{a}{16}$$

$$\frac{a}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore a = 9$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$(x - 4)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 5$$

22. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x = -2$$

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a = -2$

$3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 2$$

여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) &= (-2 - 4)(2 + 5) \\ &= -42\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

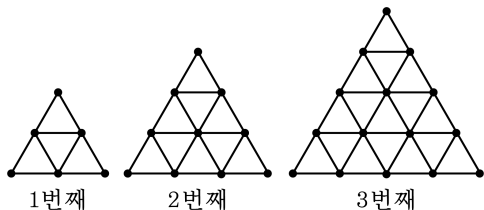
두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$

24. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서, n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+2)(n+3)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 45개인 삼각형의 순서를 구하여라.



▶ 답 :

7 번째

▷ 정답 : 7 번째

해설

$$\frac{(n+2)(n+3)}{2} = 45 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + 5n - 84 = 0$$

$$(n-7)(n+12) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 7$$

따라서 점의 개수가 45개인 삼각형의 순서는 7 번째이다.