

1. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12

② 0

③ -3

④ -5

⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

2. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

3. 이차방정식 $(x+1)^2 - (x+1) = 6$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = -3$

해설

$$(x+1)^2 - (x+1) = 6$$

$x+1 = A$ 라고 하면

$$A^2 - A - 6 = 0$$

$$(A-3)(A+2) = 0$$

$$(x+1-3)(x+1+2) = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -3$$

4. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

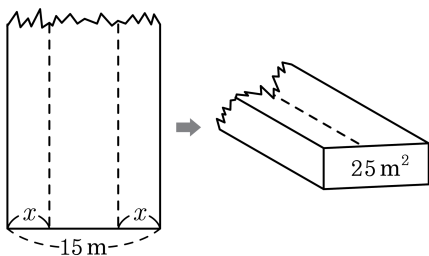
해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

5. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



① $2x^2 - 25x + 15 = 0$

② $2x^2 - 15x - 25 = 0$

③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$

④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$

⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$

6. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x > 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

9. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$

㉡ $x = 6, y = 4$

㉢ $x = -6, y = -4$

㉣ $x = -6, y = 4$

㉤ $x = 4, y = 6$

㉥ $x = -4, y = 6$

① 한 개도 없다.

② 2 개

③ 3 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로

$x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면

$x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡

$y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢

따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

10. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $-\frac{25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x-3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$

11. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

12. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 72 개 일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

따라서 $n = 9$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

13. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?

① 4월 1일

② 4월 2일

③ 4월 3일

④ 4월 4일

⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$x^2 = (x-1) + (x+1)$$

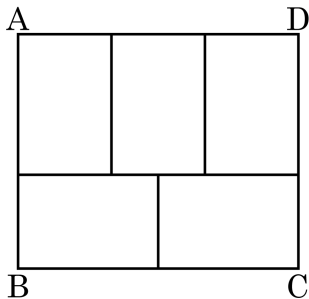
$$x^2 = 2x$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ (일)}$$

따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}$ cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60 (\text{cm}^2)$

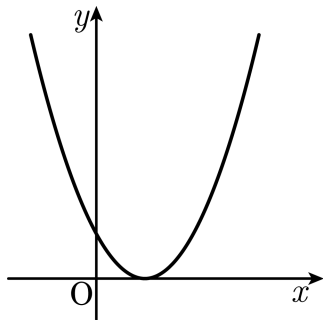
작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, x^2 = 40, x = 2\sqrt{10} (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 3x, \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10} (\text{cm})$ 이다.

15. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



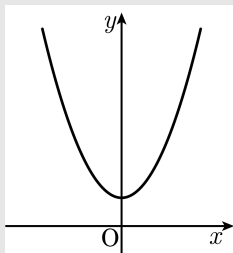
- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

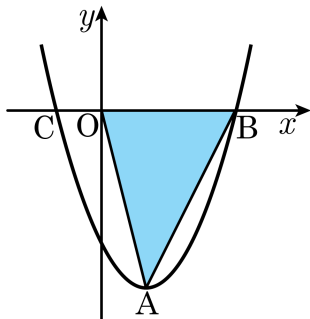
이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.

$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.

따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



16. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

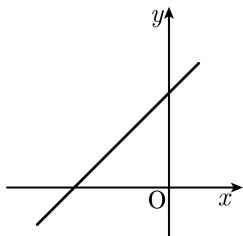
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

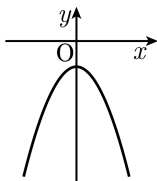
B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

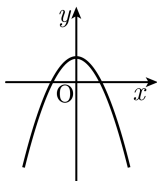
17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



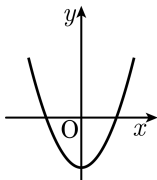
①



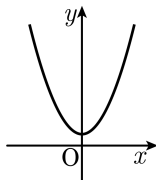
②



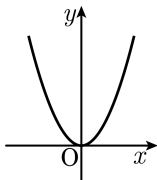
③



④



⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

18. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[x^2 - 5x]_1^a = 0$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$[x^2 - 5x]_1^a = 0$$

$$(a^2 - 5a) - (1 - 5) = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$(a - 1)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 4$$

$$\therefore a = 4 \quad (\because a > 1)$$

19. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3$$

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3 \quad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.

$$\therefore -7 + 5 = -2$$

20. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

21. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 : $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$

22. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$36t - 4t^2 = 80$$

$$4t^2 - 36t + 80 = 0$$

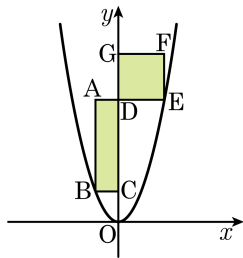
$$(t - 4)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 4, 5$$

$$4 \leq t \leq 5$$

$$\therefore a + b = 4 + 5 = 9$$

23. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

□ABCD = □DEFG 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \quad \cdots \textcircled{A}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E($p, 2p^2$), $\overline{OD} = 2p^2$

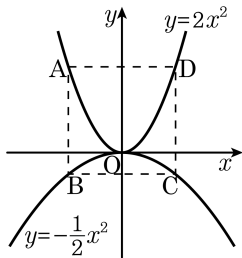
$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

25. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x , y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$$3x^2 = 2x^2 + 10$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{10}$$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$

정수인 x 좌표는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y 는 없다.

(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13, 14, 15, 16, 17$

(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은

$$2 \times (5 + 8) + 9 = 35(\text{개}) \text{이다.}$$