

1. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$x = 2$ 가 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

2. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- ㉠ $x^2 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x$
- ㉢ $x^2 + 4x = x - 3$
- ㉣ $(x-2)^2 = 25$
- ㉤ $(x+1)^2 + 4 = x^2$
- ㉥ $(x+1)(x-4) = x^2(x+2)$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉣, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉥

해설

- ㉣ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식
- ㉤ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

3. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

4. $x = k$ 가 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근일 때, $3k - k^2$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면,
 $2k^2 - 6k + 1 = 0$, $1 = 6k - 2k^2$

$$\therefore 3k - k^2 = \frac{1}{2}$$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$ 를 정리하면,

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{이다.}$$

6. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

8. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

9. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

- ① $x = 0, x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 2, x = 3$
④ $x = 3$ ⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

10. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.