1. 이차방정식 $x^2-5x+6=0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^2-5x+6=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$x=3$ 또는 $x=2$

$x=2$ 가 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근이므로 대입하면

$2(2^2)-2a+5a+4=0$

$3a=-12$

$a=-4$

$\therefore a^2=(-4)^2=16$

2. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 0$

㉡ $x^2 = 8x$

㉢ $x^2 + 4x = x - 3$

㉣ $(x-2)^2 = 25$

㉤ $(x+1)^2 + 4 = x^2$

㉥ $(x+1)(x-4) = x^2(x+2)$

① ㉠, ㉣ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉤, ㉥ ⑤ ㉣, ㉥

해설

㉤ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$

$2x + 5 = 0$: 일차방정식

㉥ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$

$x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

3. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0,\ x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0,\ x^2 + 2x - b = 0$ 에
$x = 1$ 을 대입하면 $a = 4,\ b = 3$
$\therefore\ a - b = 4 - 3 = 1$

4. $x = k$ 가 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 근일 때, $3k - k^2$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면,

$2k^2 - 6k + 1 = 0,\ 1 = 6k - 2k^2$

$\therefore\ 3k - k^2 = \frac{1}{2}$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$\frac{ax^2-3x-b}{4x^2+cx-5}=2$를 정리하면,

$(a-8)x^2+(-3-2c)x-b+10=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-8=0,\ -3-2c=0,\ -b+10=0$

$\therefore\ a=8,\ b=10,\ c=-\frac{3}{2}$

$a+b+c=\frac{33}{2}$ 이다.

6. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 근일 때, $a^2 - b^2$의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ −11 ⑤ −61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$를 풀면 다음과 같다.

$4 \leq 2x < 7$

$2 \leq x < \frac{7}{2}$

$\therefore x = 2, 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = -5, b = 6$

$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore\ a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore\ a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

8. 이차방정식 $x-\frac{5}{x}=7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$x-\frac{5}{x}=7$ 에서 양변에 x 를 곱하면 $x^2-7x-5=0$

이 식에 $x=\alpha$,β 를 각각 대입하면

$\alpha^2-7\alpha-5=0$ 에서 $\alpha^2-7\alpha=5$

$\beta^2-7\beta-5=0$ 에서 $\beta^2-7\beta=5$

$\therefore\ (\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)=(5+7)(5+3)=96$

9. $7x-5<4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$ ② $x=2$ ③ $x=2,\ x=3$

④ $x=3$ ⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5<4(x+1)$ 에서 $7x-4x<4+5$, $3x<9$ $\therefore\ x<3$
따라서 x의 값은 $1,\ 2$이다.
$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

10. $5x+2 \le 4x+5$이고 x는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2-6x+5=0$

① $x=1,\ x=3$　② $x=1,\ x=5$　③ $x=1$

④ $x=2,\ x=3$　⑤ $x=2,\ x=5$

해설

$5x+2 \le 4x+5$ 에서 $x \le 3$ 이다.
따라서 x의 값은 1, 2, 3이다.
$x^2-6x+5=0$를 만족하는 x의 값은 $x=1,\ x=5$이므로
이차방정식의 해는 $x=1$이다.