

1. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해 중 $2x + 3 < 6$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값은?

① $1 - \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $2 + \sqrt{3}$

⑤ $3 - \sqrt{3}$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$$

$$2x + 3 < 6, x < \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a = 1 - \sqrt{3}$$

2. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

3. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때,
 $a - b$ 의 값은?

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면
 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 1$

4. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12 ② -9 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + ax + 12 &= 0 \\ x^2 + \frac{a}{3}x + 4 &= 0, (x+2)^2 = 0 \\ \frac{a}{3} &= 4 \\ \therefore a &= 12 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

① $a = -3, b = -25$

② $a = -3, b = 25$

③ $a = 3, b = -25$

④ $a = 3, b = 25$

⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$\begin{aligned}x - a &= \pm \sqrt{b} \\x &= a \pm \sqrt{b} \\a + \sqrt{b} &= 8, a - \sqrt{b} = -2 \\ \text{두 식을 변끼리 더하면} \\2a &= 6, a = 3 \\ \sqrt{b} &= 5, b = 25 \\ \therefore a &= 3, b = 25\end{aligned}$$

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

7. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

8. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$A = 2, B = 5,$$

$$\therefore A + B = 7$$

9. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

10. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ 의 두 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① 38 ② -41 ③ 30 ④ -15 ⑤ 24

해설

양변에 6 을 곱하면 $3x^2 + 14x + 5 = 0$

근의 짝수공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 15}}{3} = \frac{-7 \pm \sqrt{34}}{3}$$

$\therefore a = -7, b = 34, c = 3$

$\therefore a + b - c = -7 + 34 - 3 = 24$

11. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.
- ② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다
- ③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.
- ④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다
- ⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

12. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서} \\ &(k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0 \\ &k(k+4) = 0 \\ &k = 0, -4 \\ &x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면} \\ &a^2 - 1 = 0 \\ &a = \pm 1 \\ &\therefore a = 1 (\because a > 0) \end{aligned}$$

13. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

두 자연수를 $x, x+1$ 이라고 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

∴ 연속하는 두 자연수는 6, 7

14. 나이 차이가 4 살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250 일 때, 나이가 적은 학생의 나이는?

① 8살 ② 9살 ③ 10살 ④ 11살 ⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x^2 + (x + 4)^2 = 250$$

$$2x^2 + 8x - 234 = 0$$

$$x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$(x - 9)(x + 13) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \text{ (살)}$$

15. 가로 3cm, 세로 8cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

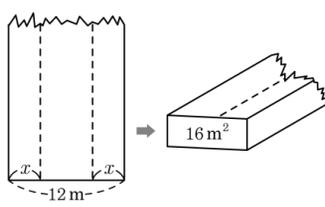
⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

16. 다음 그림과 같이 너비가 12m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 대형 수로를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 16 m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?

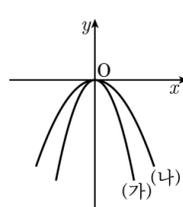


- ① $x^2 - 8x + 6 = 0$ ② $2x^2 - 5x + 8 = 0$
 ③ $8x^2 - 6x + 1 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 8 = 0$
 ⑤ $6x^2 - x + 8 = 0$

해설

$$\begin{aligned} (12 - 2x)x &= 16 \\ 2x^2 - 12x + 16 &= 0 \\ \therefore x^2 - 6x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 않는 것은?



- ① $y = \frac{1}{2}ax^2$ ② $y = \frac{3}{8}ax^2$
 ③ $y = \frac{1}{3}ax^2$ ④ $y = \frac{3}{2}ax^2$
 ⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.
 따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 A 라고 할 때, A 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 이차함수 A 의 식은 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 이다.
 ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$ 이다.
 ㉢ 그래프는 위로 볼록하다.
 ㉣ 그래프는 $(0, 1)$ 을 지난다.
 ㉤ 그래프는 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤
 ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ A 의 식은 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$ 이다.
 ㉡ 아래로 볼록하다.
 ㉢ 꼭짓점이 $(2, -1)$ 이고, $(0, 1)$ 을 지나므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

19. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
 $-y = a(-x+2)^2$
 $(-2, 4)$ 를 대입하면
 $-4 = 16a$
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

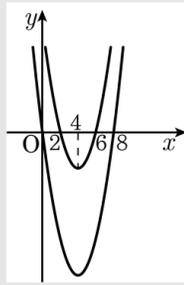
20. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x-8) = x^2 - 8x$ 이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

21. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만날 때, k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과
만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x + 3)(x - 1) = 0$
 $x = -3$ 또는 $x = 1$
따라서 $k = 1$ 이다.

22. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $a+b = 29$

해설

한 근이 2 이므로 $x = 2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m = 1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m = -6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{4}{5} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a = 24, b = 5$$

$$\therefore a + b = 15 + 2 = 29$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$$x^2 - 2ax + b = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

24. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x+y)^2 - 2(x+y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-2)^2 - 8m = 0$$

$$(k-2)^2 = 8m \text{ 이므로}$$

$$(m, k) = (2, 6) \text{ 이다.}$$

$$\text{확률은 } \frac{1}{36} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a+b = 37$$

26. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

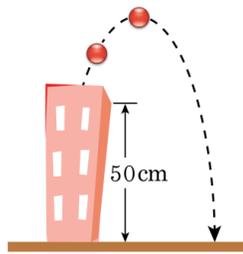
$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

27. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$$-5t^2 + 25t + 50 = 50$$

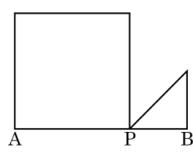
$$t = 5$$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$$

28. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

29. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

30. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

(기울기) $= \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

31. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(\frac{1}{2}, \frac{61}{16})$ ② $(\frac{1}{2}, \frac{31}{8})$ ③ $(\frac{1}{2}, \frac{63}{16})$
 ④ $(\frac{1}{2}, 4)$ ⑤ $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4)$, $(-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

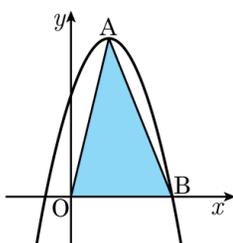
$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이다.

32. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

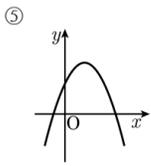
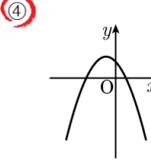
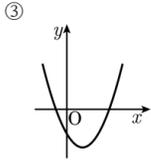
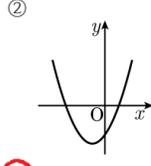
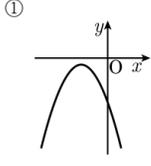
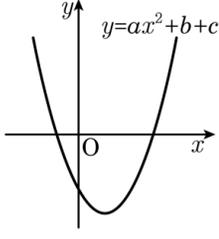
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 3x + 4 \\ &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4 \\ &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 A $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$$\begin{aligned} y = 0 \text{ 을 대입하면 } x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ (x + 1)(x - 4) &= 0 \text{ 이므로 } x \text{ 절편은 } -1, 4 \\ \therefore B(4, 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$$

33. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x

좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

34. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a+1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a+1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a+1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a+1)(2a-3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

35. 이차방정식 $4x^2 + px - 5p = 0$ 을 $(2x-A)^2 = B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B = 0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. ($p \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$4x^2 + px - 5p = 0$ 을 변형하면

$$\left(2x + \frac{p}{4}\right)^2 = 5p + \frac{p^2}{16}$$

즉, $B = 0$ 이므로

$$5p + \frac{p^2}{16} = 0$$

$$80p + p^2 = 0$$

$$p(p + 80) = 0$$

$p \neq 0$ 이므로

$$\therefore p = -80$$

따라서 $A = -\frac{p}{4} = 20$ 이다.