1. $2(x-1)^2+3=ax^2-4x+5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$2(x^2-2x+1)+3=ax^2-4x+5$

$2x^2-4x+2+3=ax^2-4x+5$

$(2-a)x^2=0$

$\therefore\ a\neq 2$

2. $x+9 < 2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$가 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x+9 < 2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x는 4이다.
따라서 4 가 $x^2+ax+b=0$ 의 중근이므로
$(x-4)^2 = x^2+ax+b$
$a=-8,\ b=16$
$\therefore a+b=8$

3. 이차방정식 $ax^2-(a-3)x+2-a^2=0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

주어진 식에 $x=-1$ 을 대입하면
$a+(a-3)+2-a^2=0$
$a^2-2a+1=0$
$(a-1)^2=0$
$\therefore a=1$

4. 이차방정식 $3x^2-(2k+3)x-3=0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다. $a-\frac{1}{a}=k$ 일 때, $(k-1)^2$ 의 값은?

① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a가 주어진 방정식의 근이므로 $x=a$에 대입하면
$3a^2-(2k+3)a-3=0$
양변을 a 로 나누면, $3a-(2k+3)-\frac{3}{a}=0$
$3\left(a-\frac{1}{a}\right)=2k+3$, $3k=2k+3 \therefore\ k=3$
$\therefore\ (k-1)^2=4$

5. 다음 중 $x^2+2x-8=0$ 과 같은 것을 모두 골라라.

㉠ $(x-2)(x+4)=0$
㉡ $x-2=0$ 또는 $x+4=0$
㉢ $x+2=0$ 또는 $x-4=0$
㉣ $x+2=0$ 또는 $x+4=0$
㉤ $x=-4$ 또는 $x=2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

$x^2+2x-8=0$
$(x-2)(x+4)=0$
x-2= 0 또는x+4= 0

6. $(x+4) : x = x : 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $x = 2$ 또는 $x = -4$
② $x = -2$ 또는 $x = 4$
③ $x = -2$ 또는 $x = -4$
④ $x = 0$ 또는 $x = 2$
⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$(x+4) : x = x : 2$
$x^2 = 2(x+4), x^2 = 2x + 8$
$x^2 - 2x - 8 = 0, (x+2)(x-4) = 0$
$\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

7. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2 + 3ax - 4a = 0$ 의 한 근이 4 이므로

$16 + 12a - 4a = 0$

$8a = -16$,

$a = -2$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x - 4)(x - 2) = 0$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2-2x-8=0$ 의 두 근의 합이 $3x^2+6x+a=0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4,\ x=-2$

$\therefore$ (두 근의 합) $=2$

$x=2$ 를 $3x^2+6x+a=0$ 에 대입하면

$3\times 2^2+6\times 2+a=0$

$a=-24$

$3x^2+6x-24=0$

$x^2+2x-8=0$

$(x-2)(x+4)=0$

$\therefore x=2,\ x=-4$

9. 두 이차방정식 $x^2-4x-a=0,\ x^2+bx+c=0$ 의 공통인 해가 $x=-1$ 이고, $x^2+bx+c=0$ 의 근의 개수가 1 개일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$x=-1$ 을 $x^2-4x-a=0$ 에 대입하면 $1+4-a=0$
$\therefore a=5$
$x^2+bx+c=0$ 은 중근 $x=-1$ 을 갖는다.
$(x+1)^2=0$
$x^2+2x+1=0$
$\therefore b=2, c=1$
$\therefore a+b+c=5+2+1=8$

10. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1 개가 아닌 것은?

① $-x^2+10x-1=24$ ② $x^2-8x-14=-30$

③ $2x^2-8x+18=4x$ ④ $x^2+2x+15=-8x-1$

⑤ $-3x^2+18x-15=12$

해설

근의 개수가 1 개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)$=0$ 의 꼴이어야 한다.
① $-(x-5)^2=0$
② $(x-4)^2=0$
③ $2(x-3)^2=0$
⑤ $-3(x-3)^2=0$

11. 이차방정식 $x^2-6x+a=-3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x=b$를 가지면
$x^2-6x+a=-3 \leftrightarrow (x-b)^2=0$
$x^2-6x+a+3=0 \leftrightarrow x^2-2bx+b^2=0$
$-6=-2b, a+3=b^2$
$b=3,\ a=6$
$\therefore ab=18$

12. 이차방정식 $2(x+a)^2 = b(b>0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -3$

▷ 정답: $b = 10$

해설

$2(x+a)^2 = b$ 에서 $(x+a)^2 = \frac{b}{2}$ 이므로

$x + a = \pm\sqrt{\frac{b}{2}}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$

따라서 $a = -3, b = 10$ 이다.

13. 이차방정식 $2(x+5)^2-14=0$ 의 해가 $x=A\pm\sqrt{B}$ 일 때, $A+B$ 의 값은? (단, A , B 는 유리수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2(x+5)^2-14=0$, $2(x+5)^2=14$, $(x+5)^2=7$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{7}$

$A=-5$, $B=7$

$\therefore A+B=-5+7=2$

14. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$

$(x + 2)^2 = 5$

$a = 2,\ b = 5$

$\therefore\ ab = 10$

15. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$2x^2 - 10x - 1 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면 $x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0$
$x^2 - 5x = \frac{1}{2}$
$x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가})$
$(x + (\text{나}))^2 = (\text{다})$
$x + (\text{나}) = \pm(\text{라})$
$\therefore x = (\text{마})$

① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$ ③ (다): $\frac{27}{4}$
④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

16. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.
㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉢ ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x - p = \pm\sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근) 이므로 참이다.
㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0 이다. 따라서 참이다.
㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

17. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0$ ← 양변을 a 로 나눈다.
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ ← 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
∴ ③이 잘못되었다.

18. 이차방정식 $2x^2-8x+3=0$ 을 풀면 $x=\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{2}$ 이다. $Ax^2-Bx+4=0$ 의 해는?

① $2,\ \dfrac{1}{2}$　② $-3,\ \dfrac{1}{3}$　③ $-2, 3$

④ $2, 3$　⑤ $-3,\ \dfrac{1}{2}$

해설

$2x^2-8x+3=0$ 을 풀면

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{10}}{2}$ 이다.

$A=4,\ B=10$ 을

$Ax^2-Bx+4=0$ 에 대입하면

$4x^2-10x+4=0$

$2x^2-5x+2=0$

$(x-2)(2x-1)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

19. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$
$\therefore n = 0$

20. $(x-4)(x+2)=-2x(x-4)$의 해가 α, β일 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① -5　② -8　③ 3　④ 5　⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$3x^2-10x-8=0$

$(3x+2)(x-4)=0$

$\alpha=4,\ \beta=-\frac{2}{3}$ 또는 $\alpha=-\frac{2}{3},\ \beta=4$

$\therefore\ 3\alpha\beta=-8$

21. $(x^2+y^2-3)(x^2+y^2+1)-5=0$ 일 때, x^2+y^2 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2+y^2=A$ 라고 하면

$(A-3)(A+1)-5=0$

$A^2-2A-8=0$

$(A+2)(A-4)=0$

$A=-2$ 또는 $A=4$

$\therefore x^2+y^2=4\ (\because x^2\geq 0, y^2\geq 0)$

22. 다음 이차방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $x^2-2x-4=0$ ② $2x^2-5x+3=0$

③ $x^2-4x+5=0$ ④ $x^2-4x+4=0$

⑤ $3x^2-10x+5=0$

해설

판별식 $D<0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4}=1+4=5>0$

②$D=25-24=1>0$

③$\frac{D}{4}=4-5=-1<0$

④$\frac{D}{4}=4-4=0$

⑤$\frac{D}{4}=25-15=10>0$

23. 이차방정식 $x^2-8x-3+a=0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\frac{D}{4}=16-(-3+a)=0$

$\therefore a=19$

24. 이차방정식 $x^2+3k+4=8x$의 해가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=4$

해설

$x^2+3k+4=8x$가 중근을 가지므로

$3k+4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$, $3k+4=16$

$\therefore\ k=4$

25. 이차방정식 $mx^2+(2m+3)x+m+7=0$의 근이 없을 때, 상수 m의 값의 범위는?

① $m>\dfrac{9}{16}$ ② $m\geq\dfrac{9}{16}$ ③ $m=\dfrac{9}{16}$
④ $m\leq\dfrac{9}{16}$ ⑤ $m<\dfrac{9}{16}$

해설

$D=(2m+3)^2-4m(m+7)<0$
$4m^2+12m+9-4m^2-28m=-16m+9<0$
$\therefore\ m>\dfrac{9}{16}$

26. n명 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$이다. 어떤 모임의 회원 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 136가지일 때, 이 모임의 전체 회원은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 17명

해설

$\frac{n(n-1)}{2} = 136$이므로

$n^2 - n - 272 = 0$이다.

$(n-17)(n+16) = 0$

$n = 17 (\because n > 0)$

따라서 17명이다.

27. 연속하는 두 홀수의 곱이 99 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 11

해설

두 홀수를 $x, x+2$ (x 는 홀수)라 하면
$x \times (x+2) = 99$ 이므로
$x^2 + 2x - 99 = 0$
$(x-9)(x+11) = 0$
따라서 $x = 9$ (x 는 홀수)이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

해설

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1$ (x 는 자연수)라 하면
$(2x+1) \times (2x-1) = 99$ 이므로
$4x^2 - 100 = 0$
$x^2 - 25 = 0$
$(x-5)(x+5) = 0$
따라서 $x = 5$ (x 는 자연수)이다.
두 홀수는 9, 11 이다.

28. 책을 1 장 찢어서 보이는 두 쪽수의 곱이 210 이었을 때, 두 쪽의 합을 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 29 쪽

해설

두 쪽수를 x, $x+1$ 이라 하면
$x(x+1)=210$
$x^2+x-210=0$
$(x+15)(x-14)=0$
$x>0$ 이므로 $x=14$ (쪽)
따라서 두 쪽의 쪽수는 14, 15 이므로 합은 $14+15=29$(쪽) 이다.

29. 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45+40x-5x^2)$m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 9 초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.
$45+40x-5x^2=0$ 이므로
$x^2-8x-9=0$
$(x+1)(x-9)=0$
따라서 $x=9$ 이다.

30. 둘레의 길이가 30 cm이고 넓이가 50 cm^{2}인 직사각형이 있다. 가로의 길이보다 세로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이는?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

가로의 길이를 x cm라 하자.

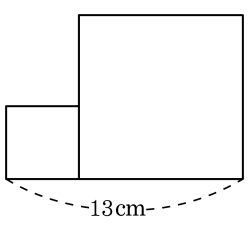
$x(15-x)=50$

$-x^2+15x-50=0$

$x^2-15x+50=0$

$x=5\,\text{cm}\left(\because x<\frac{15}{2}\right)$

31. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13-x)\text{cm}$ 이다.

$x^2+(13-x)^2=97$

$2x^2-26x+169=97$

$x^2-13x+36=0$

$(x-4)(x-9)=0$

$x=4$ 또는 $x=9$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4\times4=16(\text{cm})$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

$(3+2x)(7+2x) = 21+24$

$4(x^2+5x-6) = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$

$x > 0$이므로 $x = 1$

33. 다음 그림과 같이 가로 8 m , 세로 6 m 인 직사각형 모양의 땅에 너비가 x m 인 길을 만들려고 한다. 길을 만들고 난 나머지 땅의 넓이가 24 m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 2 m

해설

$(8-x)(6-x)=24$
$x^2-14x+24=0$
$(x-2)(x-12)=0$
$x=2$ 또는 $x=12$
$0<x<6$ 이므로 $x=2$ 이다.