

1. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

2. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

3. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.
 $a - b = 2004 - 2001 = 3$
 $\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

4. x 에 대한 삼차식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3 = (x^2 + 1)(x + c)$$

$$= x^3 + cx^2 + x + c$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

5. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

7. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x+2$ 로 나누면 3이 남고, x^2-1 로 나누면 떨어진다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)Q_1(x) + 3$$

$$= (x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

8. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - x \text{를 } X \text{로 치환하면} \\ & (x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5 \\ &= (X + 1)(X - 3) - 5 \\ &= X^2 - 2X - 3 - 5 \\ &= X^2 - 2X - 8 \\ &= (X - 4)(X + 2) \\ &= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2) \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로
 $a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

9. $\frac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

- ① 2004 ② 2005 ③ 2006 ④ 2007 ⑤ 2008

해설

2007 = a 로 놓고

주어진 식을 a 에 대한 식으로 변형하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} &= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2007 - 1 = 2006\end{aligned}$$

10. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$$\begin{aligned} &x = -2 + i \text{ 에서 } x + 2 = i \text{ 의 양변을 제곱하면} \\ &x^2 + 4x + 5 = 0 \text{ 즉 } x^2 + 4x = -5 \text{ 이므로} \\ &x^3 + 4x^2 - 3x + 2 \\ &= x(x^2 + 4x) - 3x + 2 \\ &= -5x - 3x + 2 \\ &= -8x + 2 \\ &= -8(-2 + i) + 2 \\ &= 18 - 8i \end{aligned}$$

11. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x-1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x-1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x-1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

12. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

- ① 0 ② ± 1 ③ $\pm \sqrt{2}$ ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ ± 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 + 3x - 4 = 0, (x+4)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1$$

(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

13. 이차방정식 $2x^2 - 10x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{(-10)}{2} = 5$$

$$\alpha\beta = \frac{6}{2} = 3$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 5^2 - 4 \cdot 3 = 13$$

14. 이차함수 $y = 2(x+1)(2x-3)$ 의 최솟값은?

- ① $-\frac{25}{4}$ ② $-\frac{27}{4}$ ③ $-\frac{21}{5}$ ④ $-\frac{23}{5}$ ⑤ $-\frac{25}{7}$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x+1)(2x-3) \\ &= 2(2x^2 - x - 3) \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) - 6 \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - \frac{25}{4} \end{aligned}$$

15. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 2초

▷ 정답: 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

16. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

- ① $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$ ② $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 2y^2 &= 0 \\ \Rightarrow (x+y)(x-2y) &= 0 \\ \Rightarrow x = -y \text{ 또는 } x &= 2y \\ \text{i) } x = -y \quad 2x^2 + y^2 &= 2y^2 + y^2 = 9 \\ y = \pm\sqrt{3}, \quad x &= \mp\sqrt{3} \\ \text{ii) } x = 2y \quad 2x^2 + y^2 &= 8y^2 + y^2 = 9 \\ y = \pm 1, \quad x &= \pm 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{해} : \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ y = \mp\sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

(복부호동순)

17. 다음 방정식을 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -3

▷ 정답: 3

해설

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy \text{에서 } x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$$

이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$$

이 때, x, y 가 실수이므로 $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{A},$$

$$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 에서 $y = 2x$ 이고, 이것을 \textcircled{A} 에 대입하면 $x^2 = 1$

따라서, $x = 1$ 일 때 $y = 2$, $x = -1$ 일 때 $y = -2$

그러므로 x, y 의 값은 $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서 x, y 의 합은 $-3, 3$

18. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$ ② $\frac{3}{2} < x \leq 3$ ③ $2 \leq x < 3$
④ $1 \leq x < 3$ ⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로

부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$\therefore 2 \leq x < 3$

19. 부등식 $ax^2 - bx - 4 < 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2} < x < 4$ 일 때 $a + b$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$ax^2 - bx - 4 < 0$ 의 해가

$-\frac{1}{2} < x < 4$ 이므로 $a > 0$

해가 $-\frac{1}{2} < x < 4$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 4) < 0$$

$$a\left(x^2 - \frac{7}{2}x - 2\right) < 0$$

상수항을 맞추면 $a = 2$

$$2x^2 - 7x - 4 < 0$$

따라서 $a = 2, b = 7, a + b = 9$

20. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$$\begin{array}{l} y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 \\ y = x + 1 \end{array}$$

포물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m 의 범위를 정하면?

- ① $m < -2, m > \frac{2}{3}$ ② $m < -1, m > \frac{2}{3}$
③ $m < -2, m > 2$ ④ $m < 2, m > \frac{2}{3}$
⑤ $m < -5, m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$ 을
항상 만족시키도록 m 을 정하면 된다.
 $x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 에서 판별식
 $D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$
 $(m-2+2m)(m-2-2m) < 0$
 $(3m-2)(m+2) > 0$
 $\therefore m < -2, m > \frac{2}{3}$

21. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ x^2 - ax + b \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 \leq x \leq 5$ 이고,

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - ax + b \leq 0 \\ x^2 - 11x + 28 \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $4 \leq x \leq 6$ 일 때,

두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 15 ② 27 ③ 38 ④ 49 ⑤ 52

해설

1) $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ x^2 - ax + b \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 \leq x \leq 5$



2) $\begin{cases} x^2 - ax + b \leq 0 \\ x^2 - 11x + 28 \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $4 \leq x \leq 6$

$x \leq 6$

1)의 경우, $(x-5)(x+1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq x \leq 5$

2)의 경우, $(x-7)(x-4) \leq 0 \quad \therefore 4 \leq x \leq 7$ 1), 2)와 연립하여

각각 $3 \leq x \leq 5$ 와 $4 \leq x \leq 6$ 의 해가 될 수 있도록 동시에

만족시키는 범위는 $3 \leq x \leq 6$ 이다.

따라서 $x^2 - ax + b = (x-3)(x-6) \leq 0 \quad a = 9, \quad b = 18 \quad \therefore$

$a + b = 27$

22. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

- ① -4 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} a < c \text{에서 } a \neq c \text{이므로 주어진 등식에서} \\ x^2 - bx + 1 &= (x-c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2 \\ x^2 - dx + 1 &= (x-a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2 \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 1, d = -2 \\ \therefore a + b + c + d &= 0 \end{aligned}$$

23. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?

- ① 직삼각형
- ② 이등변삼각형
- ③ 직각삼각형
- ④ 직각이등변삼각형
- ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a+b) - b^2(a+b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a+b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a+b)\{(a-b)(a+b) - c(a-b)\} &= 0 \\ (a+b)(a-b)(a+b-c) &= 0 \\ a+b > 0, a+b-c > 0 \text{이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

24. $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i\end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\begin{aligned}\therefore x^3 - 3x &= 0 \\ x(x^2 - 3) &= 0 \\ \therefore x &= 0, \pm\sqrt{3}\end{aligned}$$

25. 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $(\sqrt{2} + i)^4 + a(\sqrt{2} + i)^3 + b(\sqrt{2} + i)^2 + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$ 을 만족한다. 이 때, $a - b - c - d$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

① -7

② 3

③ 1

④ -1

해설

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{2} + i)^4 &= -7 + 4\sqrt{2}i, (\sqrt{2} + i)^3 = -\sqrt{2} + 5i, \\
 (\sqrt{2} + i)^2 &= 1 + 2\sqrt{2}i \\
 (-7 + 4\sqrt{2}i) + a(-\sqrt{2} + 5i) \\
 + b(1 + 2\sqrt{2}i) + c(\sqrt{2} + i) + d &= 0 \\
 (-7 - \sqrt{2}a + b + \sqrt{2}c + d) \\
 + (4\sqrt{2} + 5a + 2\sqrt{2}b + c)i &= 0 \\
 \therefore (-7 + b + d) + (c - a)\sqrt{2} &= 0, \\
 (5a + c) + (4 + 2b)\sqrt{2} &= 0 \\
 a, b, c, d \text{ 는 유리수이므로 } -7 + b + d &= 0 : \\
 c - a = 0, 5a + c = 0, 4 + 2b &= 0 \\
 \therefore a = 0, b = -2, c = 0, d = 9 \\
 \therefore a - b - c - d &= -7
 \end{aligned}$$

26. a, b 는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

- ① $1-3i$ ② $2+3i$ ③ $4-2i$
④ $-3+2i$ ⑤ $2-5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i$ (a, b 는 양수)

① $1-3i$ 에서 $a+b=1, a-b=-3$

$a=-1, b=2 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

② $2+3i$ 에서 $a+b=2, a-b=3$

$a=\frac{5}{2}, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4-2i$ 에서 $a+b=4, a-b=-2$

$a=1, b=3 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3+2i$ 에서 $a+b=-3, a-b=2$

$a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2-5i$ 에서 $a+b=2, a-b=-5$

$a=\frac{3}{2}, b=\frac{7}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

27. 이차항의 계수가 1인 이차방정식에서 상수항을 1만큼 크게 하면 두 근이 같고, 상수항을 3만큼 작게 하면 한 근은 다른 근의 두 배가 된다고 한다. 이 때, 처음 방정식의 두 근의 제곱의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 74

해설

처음 방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하면
 $x^2 + bx + (c + 1) = 0$ 의 근은 중근이 된다.
 $\therefore D = b^2 - 4(c + 1) = 0$
 $\therefore b^2 = 4c + 4 \cdots \cdots \text{㉠}$
또, $x^2 + bx + (c - 3) = 0$ 의 두 근은 $\alpha, 2\alpha$ 가 된다.
 $\therefore \alpha + 2\alpha = -b \cdots \cdots \text{㉡}$
 $\therefore \alpha \cdot 2\alpha = c - 3 \cdots \cdots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에서 $b = \pm 12, c = 35$ 이므로
처음 방정식은 $x^2 \pm 12x + 35 = 0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $-7, x = 5$ 또는 7
따라서 (두 근의 제곱의 합) $= (\pm 5)^2 + (\pm 7)^2 = 74$

28. $x^2 - 2x - y = 0$ 일 때, $3x^2 - 2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x^2 - 2x - y = 0$ 에서 $y = x^2 - 2x$

이 식을 $3x^2 - 2y$ 에 대입하면

$3x^2 - 2(x^2 - 2x) = x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$

따라서, $x = -2$ 일 때, 최솟값 -4 를 갖는다.

29. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15 = 0$ 의 한근이 $1 + 2i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근이 $1 + 2i$ 이면 $x = 1 + 2i$, $x^2 = -3 + 4i$, $x^3 = -11 - 2i$, $x^4 = -7 - 24i$,
 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15$
 $= (-7 - 24i) + a(-11 - 2i) + b(-3 + 4i) + 14(1 + 2i) + 15 = 0$,
 $(-11a - 3b - 7 + 14 + 15) + (-24 - 2a + 4b + 28)i$
 $\therefore 11a + 3b = 22, -2a + 4b = -4$
연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

해설

$x = 1 + 2i$ 에서 $x^2 - 2x + 5 = 0$
 $x^4 + ax^3 + bx^2 + 14x + 15 = (x^2 - 2x + 5)(x^2 + kx + 3)$
좌변을 전개하여 우변과 계수비교하면
 $a = k - 2, b = 8 - 2k, 14 = 5k - 6$
 $\therefore k = 4, a = 2, b = 0$

30. 세 개의 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$, $cx^2+ax+b=0$ 이 오직 하나의 공통 실근을 가질 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통 실근을 α 라 하면
 $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \dots (i)$
 $b\alpha^2 + c\alpha + a = 0 \dots (ii)$
 $c\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \dots (iii)$
(i) + (ii) + (iii) 하면
 $(a+b+c)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0$
 α 가 실수일 때 $\alpha^2 + \alpha + 1 > 0$
 $\therefore a+b+c = 0$

31. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y = 2 \\ y - z = a \end{cases}$ 가 실수해를 갖기 위한 실수 a 의

값의 범위를 $\alpha \leq a \leq \beta$ 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}
 &x = 2 - y, z = y - a \text{ 이므로} \\
 &(2 - y)^2 + y^2 + (y - a)^2 = 3 \\
 &\text{즉, } 3y^2 - 2(a + 2)y + a^2 + 1 = 0 \\
 &D/4 = (a + 2)^2 - 3(a^2 + 1) = -2a^2 + 4a + 1 \geq 0 \\
 &2a^2 - 4a - 1 \leq 0 \\
 &\therefore \frac{2 - \sqrt{6}}{2} \leq a \leq \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \\
 &\therefore \alpha + \beta = 2
 \end{aligned}$$

33. 두 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0, x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$ 중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < \frac{1}{2}, 2 < a$ ② $a \leq 1, 3 \leq a$ ③ $a \leq \frac{1}{2}, 3 < a$
④ $a \leq \frac{1}{2}, 2 < a$ ⑤ $a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - (a+2) \geq 0 \text{에서}$$

$$(a-2)(a+1) \geq 0, a \leq -1, a \geq 2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{또, } D_2 = (a-1)^2 - 4a^2 \geq 0 \text{에서}$$

$$(3a-1)(a+1) \leq 0, -1 \leq a \leq \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$$

따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한

a 의 범위는 ① 또는 ②이므로

$$a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$$

34. 두 다항식 $x^2 - x + p$ 와 $x^3 + x^2 + x + p + 3$ 이 사차식의 최소공배수를 갖도록 p 의 값을 정하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

다항식 A, B 의 최소공배수 L , 최대공약수를 G 라 하면
 $AB = GL$ 에서 G 는 1 차식이다. ($\because AB$ 는 5차식, G 는 4차식)
 \therefore 최대공약수는 $x + 1$, $x + 1$ 은 $x^2 - x + p$ 의 약수이므로
 $2 + p = 0$
 $\therefore p = -2$

35. 학생 수가 50 명인 어느 반의 반장 선거에 A, B, C 세 사람이 출마하였다. 중간 개표 결과 A 는 16 표, B 는 7 표, C 는 10 표를 얻었을 때, A 가 나머지 표 중 최소 몇 표를 얻어야 당선이 확정되는지 구하여라.

▶ 답: 표

▷ 정답: 6 표

해설

중간 개표 수는 $16+7+10=33$ (표)이므로 남은 표는 $50-33=17$ (표)이다.

A 가 반장이 되기 위해 접전이 펼쳐질 때를 생각하면 2 등인 C 와 경쟁할 때이고, A 가 x 표를 얻었다고 가정하면 그로부터 A 가 얻게 되는 표의 수의 합이 나머지 $(17-x)$ 표를 모두 C 가 얻는 결과보다도 많으면 무조건 A 는 반장으로 선출된다.

즉, $16+x > 10+(17-x)$

$$\therefore x > \frac{11}{2}$$

따라서 A 가 당선이 확정되기 위해서는 최소 6 표를 더 얻어야 한다.