

1. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. A(1, -5), B(6, 5) 를 잇는 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점 P의 좌표는?

① (3, -1)

② (4, 1)

③ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

④ (2, 2)

⑤ (9, 25)

해설

내분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{3 \times 6 + 2 \times 1}{3 + 2}, \frac{3 \times 5 + 2 \times (-5)}{3 + 2} \right) = (4, 1)$$

3. 세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 (1, 2)일 때, $a - b$ 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 2)이므로,

$$\frac{2+3+b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a+4-2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

$$\therefore a - b = 6$$

4. x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

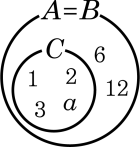
▷ 정답 : 2

해설

점 $(-2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 옮기면
 $(-2 + m, 4 + n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
 $-2 + m = 6 \quad \therefore m = 8$
 $4 + n = -2 \quad \therefore n = -6$
따라서, 구하는 m, n 의 값의 합은 $8 + (-6) = 2$

5. 다음 벤 다이어그램을 보고, a, b 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

집합 A, C 를 원소나열법으로 각각 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서 $C \subset A$ 이므로 $a = 4$ 이다. 또, $A = B$ 이므로 $b = 6$ 이다.

6. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 2$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

7. 두 직선 $2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 의 교점과 $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $2x - y + 3 = 0$

② $x + y - 6 = 0$

③ $4x - y + 1 = 0$

④ $x + 2y - 11 = 0$

⑤ $3x - 2y + 7 = 0$

해설

$2x + y + 5 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$ 을

연립하여 교점을 구한다.

$\Rightarrow (-2, -1)$

$\therefore (-2, -1)$, $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{5 - (-1)}{1 - (-2)}(x - 1) + 5 = 2x + 3$$

$\therefore 2x - y + 3 = 0$

8. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $-2 < m < 2$ ② $-2 < m < 3$ ③ $-1 < m < 2$
④ $1 < m < 4$ ⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \dots \textcircled{1}$ 에서
 $m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로
위의 직선은 m 의 값에 관계없이
점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서
만나기 위해서는 직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.
직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고
 $(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로
따라서 $1 < m < 4$

9. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 2a\}$, $B = \{a - 2, a + 1\}$ 가 있다. $A \cap B^c = \{2, 3\}$ 일 때, $B - A$ 의 원소의 합을 구하면?

- ① -3 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 3\}$ 이므로 집합 A 에서 $a^2 - 2a = 3$ 이다. $\therefore a = -1$ or 3

i) $a = -1$ 일 때, 집합 $B = \{-3, 0\}$ 이 되어 조건을 만족하지 않는다.

ii) $a = 3$ 이면 집합 $B = \{1, 4\}$ 가 되어 조건을 만족한다. 이때

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$

$\therefore B - A = \{4\}$ 이다.

11. $n(A) = 20$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A \cap B) = 4$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 20 + n(B) - 4$$

$$\therefore n(B) = 32$$

12. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

13. $-4 < \frac{x+a}{3} < 1$ 의 해가 $-8 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-4 < \frac{x+a}{3} < 1$$

$$-12 < x+a < 3$$

$$-12-a < x < 3-a$$

$$-8 < x < b$$

$$-12-a = -8$$

$$\therefore a = -4$$

$$b = 3-a = 3-(-4) = 7 \quad \therefore b = 7$$

$$\therefore a+b = -4+7 = 3$$

14. 부등식 $x^2 - |x| - 12 \geq 0$ 을 풀면?

① $x \leq -4$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -4$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 3$

④ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

⑤ $x \leq -4$ 또는 $x \geq 5$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

주어진 부등식은 $x^2 - x - 12 \geq 0$, $(x + 3)(x - 4) \geq 0$

$\therefore x \leq -3$ 또는 $x \geq 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

이 때, $x \geq 0$ 과 $\textcircled{\text{㉠}}$ 의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서 $x \geq 4$

(ii) $x < 0$ 일 때, $x^2 + x - 12 \geq 0$, $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

$\therefore x \leq -4$ 또는 $x \geq 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

이 때, $x < 0$ 과 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $x \leq -4$

따라서, $x \leq -4$ 또는 $x \geq 4$

15. 연립부등식
$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0 \end{cases}$$

을 만족하는 정수가 -3 한 개뿐일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ㉠ $-3 < a \leq 3$ ㉡ $-3 < a \leq 2$ ㉢ $-2 < a \leq 7$
 ㉣ $0 < a \leq 7$ ㉤ $7 < a \leq 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$ 에서
 $(x + 2)(x - 2) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots \textcircled{㉠}$
 $2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0$ 에서
 $(2x + 7)(x - a) \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 동시에 만족하는 정수가
 -3 뿐이어야 하므로
 a 가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \leq 3$ 이다.

16. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① (2, -1)
- ② (2, -2)
- ③ (3, -2)
- ④ (2, 2)
- ⑤ (1, -2)

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면 $\overline{OA} = \overline{OB}$
즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2$
 $\therefore 7a - b = 16 \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a - 2)^2 + (b - 3)^2$
 $\therefore 2a - b = 6 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 2, b = -2$
 $\therefore O(2, -2)$

17. 두 원 $x^2 + y^2 = 8^2$, $(x - 13)^2 + y^2 = 3^2$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

① 10 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

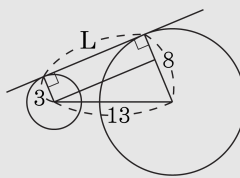
해설

중심사이 거리는 13 이고, 반지름 길이의 차는 5 이다.

두 원을 나타내면, 다음 그림과 같은 모양이다.

공통 외접선은 $L^2 = 13^2 - (8-3)^2 = 144$

$\therefore L = 12$



18. 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 4)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, $3m + n$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(-3, 4)$ 을 지나는 방정식 : $y = m(x+3) + 4$
원에 접하므로 원 중심에서 직선까지 거리는
반지름과 같다.

$$\Rightarrow \frac{|m \times (-2) - 1 \times 1 + 3m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow (m+3)^2 = 10m^2 + 10$$

$$\Rightarrow (3m-1)^2 = 0, m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = \frac{1}{3}x + 5 \Rightarrow 3m + n = 6$$

19. 점 (3, 1)에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선을 $y = mx + n$ 이라 할 때, mn 의 값은?

① -4 ② -6 ③ -8 ④ -10 ⑤ -12

해설

점 (3, 1)을 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면, $y = m(x-3)+1$
이 직선은 원에 접하므로 원의 중심과의 거리가 반지름과 같다.

$$\frac{|-3m+1|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5} \text{에서}$$

$$2m^2 - 3m - 2 = 0$$

$$m = -\frac{1}{2}, 2$$

$\therefore$ 접선의 방정식은 $y = 2x - 5$ ($\because m > 0$)

$$\therefore mn = -10$$

20. 직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 y 절편이 -3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

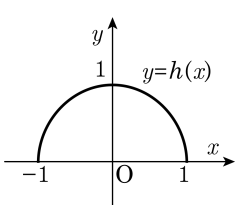
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $-y = -2x + k$, 즉 $y = 2x - k$
이 때, 이 직선의 y 절편이 -3 이 되어야 하므로
 $-k = -3$
 $\therefore k = 3$

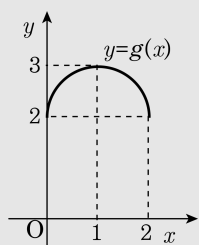
21. 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $g(x) = f(x-2)+1$,
 $h(x) = g(x+1)-2$ 라고 할 때, $y = h(x)$ 의
 그래프는 그림과 같이 중심이 원점이고 반지
 름의 길이가 1 인 원의 일부이다. 이 때, 다음
 중 $y = f(x)$ 의 그래프로 옳은 것은?



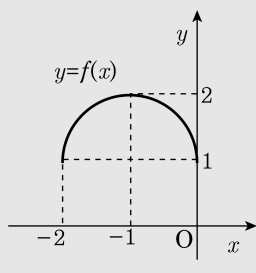
- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$y = h(x)$ 의 그래프는 $y = g(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = g(x)$ 의 그래프는 $y = h(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼
 평행이동한 것이다.
 따라서, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, $y = g(x)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼
 평행이동한 것이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는
 $y = g(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
 따라서, $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



22. 다음 중 부분집합의 개수가 32개인 것은?

- ① {1, 2, 3}
- ② { $x \mid x$ 는 22 이하의 4의 배수}
- ③ { $x \mid x$ 는 7보다 작은 홀수}
- ④ { $x \mid x$ 는 8의 약수}
- ⑤ { $x \mid x$ 는 4 이하의 자연수}

해설

- ① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ② { $x \mid x$ 는 22 이하의 4의 배수} = {4, 8, 12, 16, 20} 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ (개)
- ③ { $x \mid x$ 는 7보다 작은 홀수} = {1, 3, 5} 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ④ { $x \mid x$ 는 8의 약수} = {1, 2, 4, 8} 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)
- ⑤ { $x \mid x$ 는 4 이하의 자연수} = {1, 2, 3, 4} 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

23. 수정이네 반 학생 40명 중에서 강아지를 키우는 학생은 24명, 고양이를 키우는 학생은 16명이고, 고양이만 키우는 학생은 13명이다. 이때, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생 수는?

① 3명 ② 5명 ③ 7명 ④ 9명 ⑤ 11명

해설

수정이네 반 학생들의 모임을 전체집합 U , 강아지를 키우는 학생들의 모임을 집합 A , 고양이를 키우는 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, 고양이만 키우는 학생들의 모임은 $B - A$ 이고, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$n(U) = 40, n(A) = 24, n(B) = 16$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B) = 13$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 40 - (24 + 16 - 3) = 3(\text{명}) \end{aligned}$$

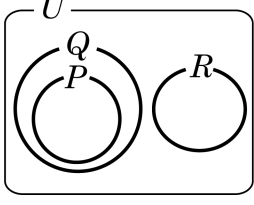
24. 명제 ‘모든 학생들은 수학을 좋아한다.’의 부정으로 옳은 것은?

- ① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.
- ③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.
- ④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

해설

‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 주어진 명제의 부정은 ‘어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.’이다.

25. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 세 집합 사이의 포함 관계가 다음 그림과 같다.



이때, 다음 명제 중 참인 것은?

- ① $q \rightarrow r$

③ $(q \text{ 또는 } r) \rightarrow \sim p$

⑤ $p \rightarrow (\sim q \text{ 또는 } r)$
- ② $r \rightarrow \sim p$

④ $(\sim q \text{ 이고 } r) \rightarrow p$

해설

② 주어진 벤 다이어그램에서 $R \subset P^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim p$ 는 참인 명제이다.