3. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

4. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과 그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$16 + 2a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 16$$

$$4x^2 - 16x - 48 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 6, -2$$

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$$

5. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로
주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면
 $6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$
 $33 - 11a = 0$
 $\therefore a = 3$
주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)
 $\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 6 = 0$ 의 해가 3, b 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 + ax - 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$9 + 3a - 6 = 0, a = -1$

$a = -1$ 을 $x^2 + ax - 6 = 0$ 에 대입하면

$x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하면 $(x + 2)(x - 3) = 0$ 이므로

$x = 3, -2$

$b = -2$

따라서 $a + b = (-1) + (-2) = -3$

7. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$$

$$36 + 12 - 4k = 0$$

$$4k = 48$$

$$\therefore k = 12$$

8. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$4x^2 - 8x + a = 0$$

$$4(x^2 - 2x) = -a$$

$$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$$

$$4(x - 1)^2 = -a + 4$$

따라서 중근은 $x = 1$ 이다.

9. 이차방정식 $2x^2 - 8x + k - 2 = 0$ 가 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8 = 2x^2 - 8x + k - 2 = 0$$

$$k - 2 = 8$$

$$\therefore k = 10$$

10. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 83

해설

$$(x+7)(12x-1) = 12x^2 + 83x - 7$$

11. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

$$\textcircled{A} \quad 3x^2 - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$$

$$\textcircled{B} \quad 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: C

▶ 정답: B

▶ 정답: A

▶ 정답: D

해설

$$\textcircled{A} \quad 3x^2 - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$$

$$\therefore A = -2, B = 3$$

$$\textcircled{B} \quad 4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

$$\therefore C = 4, D = -3$$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

12. 다음 두 이차식이 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A+B) + (C+D) + 2a$ 를 인수분해 하여라. (단, A, B, C 는 일차식)

$$x^2 + ax + b = AB, x^2 - ax - b = CD$$

▶ 답:

▷ 정답: $(x+1)(2x+a)$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i) } x^2 + ax + b &= AB \\ &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x + \alpha) + (x + \beta) \\ &= 2x + \alpha + \beta = 2x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } x^2 - ax - b &= CD \\ &= (x + \gamma)(x + \delta) \\ &= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C + D &= (x + \gamma) + (x + \delta) \\ &= 2x + \gamma + \delta = 2x - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x(A+B) + (C+D) + 2a & \\ &= x(2x+a) + (2x-a) + 2a \end{aligned}$$

$$= 2x^2 + (a+2)x + a$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} & 1 \quad 2 \\ 2 & & a \quad \frac{a}{a+2} \left(+ \right. \end{array}$$

$$= (x+1)(2x+a)$$

13. 이차방정식 $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{a-7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7이다.

14. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

15. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개