1. 제곱근표에서 $\sqrt{3.27} = 1.808$, $\sqrt{32.7} = 5.718$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{327} = 18.08$
② $\sqrt{0.0327} = 0.01808$
③ $\sqrt{0.327} = 0.5718$
④ $\sqrt{3270} = 57.18$
⑤ $\sqrt{32700} = 180.8$

해설

② $\sqrt{\frac{1}{100} \times 3.27} = \frac{1}{10}\sqrt{3.27} = 0.1808$

2. 196의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$의 제곱근을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답:

▷ 정답: ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x>y$인 수는
$x=14,\ y=-14$ 이므로
$\sqrt{3x-2y+11}=\sqrt{81}=9$
따라서 9의 제곱근은 ± 3이다.

3. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36}=6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
㉢ $\sqrt{(-3)^2}=3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.
㉣ (1.6 의 제곱근) $=\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)
㉥ $\left(\frac{81}{6}\text{의 제곱근}\right)=\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

4. 다음 중 옳은 것은?

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

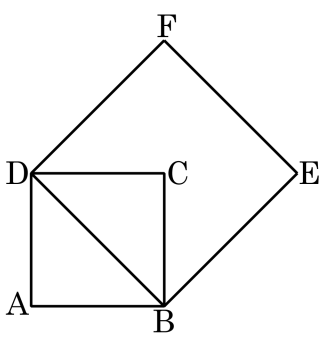
④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

5. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$의 길이는 $4\sqrt{2}$
한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$이다.
따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$이다.

6. 두 실수 a, b 가 $a=\sqrt{7}-6$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b-a>0$　　㉡ $a-b<0$　　㉢ $ab<0$

㉣ $a+3<0$　　㉤ $b-\sqrt{7}<2$

① ㉠　　② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤　　④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$b-a=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\left(\sqrt{7}-6\right)$

㉠ $=\sqrt{3}+6$

$=\sqrt{36}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ b-a>0$

$a-b=\sqrt{7}-6-\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)$

㉡ $=-6-\sqrt{3}$

$=-\sqrt{36}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ a-b<0$

㉢ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36}<0$

$b=\sqrt{3}+\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

㉣ $a+3=\left(\sqrt{7}-6\right)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a+3<0$

㉤ (좌변)$=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$

(우변)$=2=\sqrt{4}$

$\therefore b-\sqrt{7}<2$

7. $\sqrt{5}\times 3\sqrt{a}=15$, $\sqrt{3}\times\sqrt{b}=6$, $\sqrt{2.43}=c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a,b,c 의 곱 abc 의 값은?

① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$3\sqrt{a}=\frac{15}{\sqrt{5}}$, $\sqrt{a}=\frac{15}{3\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$\therefore a=5$

$\sqrt{b}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$

$\therefore b=12$

$\sqrt{\frac{243}{100}}=\frac{9\sqrt{3}}{10}=c\sqrt{3}$

$\therefore c=\frac{9}{10}$

$\therefore abc=5\times 12\times\frac{9}{10}=54$

8. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

① 1 배　② 2 배　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배

④ $3\sqrt{3}$ 배　⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a$ 이므로 정사각형의 넓이는 $\frac{9}{16}a^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\times\square=\frac{9}{16}a^2$

$\therefore \square=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (배)

9. $x^2 - x + 3 = 4$이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$일 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$a + x = x^2$, $x^2 - x = a$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$a + 3 = 4$

$\therefore a = 1$

10. $xy < 0$, $\dfrac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
$\dfrac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
$= -2xy$

11. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$

$abc = 224$ 또는 $abc = 504$

$abc = 14$ 일 때, $(1, 2, 7)$

$abc = 56$ 일 때, $(1,\ 7,\ 8)$, $(2,\ 4,\ 7)$

$abc = 126$ 일 때, $(2,\ 7,\ 9)$, $(3,\ 6,\ 7)$

$abc = 224$ 일 때, $(4,\ 7,\ 8)$

$abc = 504$ 일 때, $(7,\ 8,\ 9)$

12. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5 = \sqrt{25}$,
$9 = \sqrt{81}$,
$a = 80$,
$b = 26$,
$\therefore a+b = 106$

13. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 91 개

해설

$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \ldots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$

따라서 $S(n)$이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \leq 100$인 자연수이므로

$1 < n+1 \leq 101$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \cdots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$이 1 보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$이 자연수가 되기 위한 n의 개수는 9 개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

14. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$이고 유리수 a, b에 대하여 $bx + ay = x + 2y$를 만족할 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x, y를 각각 대입하면
$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$
양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면
$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$
$\therefore a = 2,\ b = 1$
$\therefore ab = 2$

15. 다음 조건을 보고, $a-b$ 의 값을 구하여라.

> (1) a 는 $4-\sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
> (2) b 는 $2x+7y=15x-8y$ 일 때, $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b=-1$

해설

(1) $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $2<4-\sqrt{3}<3 \therefore a=2$

(2) $2x+7y=15x-8y$ 에서 $y=\dfrac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=\sqrt{\frac{x+\frac{13}{15}x}{x-\frac{13}{15}x}}=\sqrt{\frac{\frac{28x}{15}}{\frac{2x}{15}}}=\sqrt{14}$$

$3<\sqrt{14}<4$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}=\sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b=3$

따라서 $a-b=2-3=-1$ 이다.