1. x가 $-1, 0, 1, 2, 3$일 때, 다음 부등식 중에서 해가 <u>없는</u> 것은?

① $3 - x \le 0$　② $x + 1 \le 2x + 3$　③ $2x - 2 \le x - 1$

④ $3x < 2x - 1$　⑤ $4x > 3(x - 2)$

해설

④ $3x < 2x - 1$ 에서

$x = -1$이면 $3 \times (-1) < 2 \times (-1) - 1$ (거짓)

$x = 0$이면 $3 \times 0 < 2 \times 0 - 1$ (거짓)

$x = 1$이면 $3 \times 1 < 2 \times 1 - 1$ (거짓)

$x = 2$이면 $3 \times 2 < 2 \times 2 - 1$ (거짓)

$x = 3$이면 $3 \times 3 < 2 \times 3 - 1$ (거짓)

x의 값 중 $3x < 2x - 1$을 만족하는 원소는 없다.

2. x , y 가 10 보다 작은 자연수일 때, 일차방정식 $x - 2y = 4$ 의 해를 만족하는 순서쌍은 모두 몇 개인가?

① 없다. ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

미지수가 두 개이고 식은 하나일 때, 계수가 큰 미지수를 기준으로 대입해 가며 해를 찾는다.

$\therefore (8,\ 2), (6,\ 1)$

3. 연립방정식 $\begin{cases} 5x+ay=16 \\ 3x-4y=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 $2:1$ 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x:y=2:1$ 이므로 $x=2y$ 를 $3x-4y=4$ 에 대입하면
$6y-4y=4$
따라서 $x=4,\ y=2$ 이다.
이것을 $5x+ay=16$ 에 대입하면 $a=-2$ 이다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=0 \\ bx+ay=3 \end{cases}$ 에서 잘못하여 $a,\ b$를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=1$, $y=2$ 가 되었다. 이때, $a,\ b$의 값은?

① $a=2,\ b=-1$　② $a=1,\ b=-2$

③ $a=-1,\ b=2$　④ $a=-2,\ b=1$

⑤ $a=-2,\ b=-1$

해설

주어진 식에서 $a,\ b$를 바꾸고,

$\begin{cases} bx+ay=0 & \cdots\cdots ① \\ ax+by=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ 에 $x=1,\ y=2$를 대입하여 연립하여 풀면

$-3b=-6$　　$\therefore\ b=2,\ a=-1$

5. 두 자연수 a, b에 대하여 $a \odot b = 3a - b$라고 할 때, $5x \odot 4y = 4 \odot 5$의 해는? (단, x, y는 자연수)

① $(-1, -2)$ ② $(1, -2)$ ③ $(1, 2)$
④ $(2, 1)$ ⑤ $(-2, 1)$

해설

$5x \odot 4y = 15x - 4y$
$4 \odot 7 = 12 - 5 = 7$
$15x - 4y = 7$
$\therefore (x, y) = (1, 2)$

6. 다음은 연립방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 해를 바르게 구한 것은?

① $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+7=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+2y-8=0 \\ 3x+2y-4=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 8x+5y=-11 \\ 4x+y=-7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} \frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y=\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4}x-\frac{1}{5}y=\frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x+3y-3=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

해설

각각의 방정식에 x, y 값을 대입하여 두 방정식이 동시에 등식이 성립하면 연립방정식의 해이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} x+ay=-5 \\ bx-y=-13 \end{cases}$ 의 해가 $(2,\ 7)$ 일 때, 상수 a 와 b 의 값을 각각 구하면?

① $a=-6,\ b=\dfrac{11}{7}$　② $a=-1,\ b=\dfrac{15}{7}$

③ $a=-1,\ b=\dfrac{15}{7}$　④ $a=2,\ b=-3$

⑤ $a=-1,\ b=-3$

해설

$x+ay=-5$ 에 $(2,\ 7)$ 을 대입하면 $a=-1$ 이 나오고, $bx-y=-13$ 에 $(2,\ 7)$ 을 대입하면 $b=-3$ 이 나온다.

8. 두 일차방정식 $-x+y=1$ 과 $ax-y=5$ 를 만족하는 x 값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 상수 $2a$ 의 값은?

① 13 ② 18 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$-x+y=1$ 에 x 값 $\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $-\frac{1}{2}+y=1$ 이 나오고 $y=\frac{3}{2}$

따라서 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{3}{2}$ 을 $ax-y=5$ 에 대입하면 $\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}=5$ 가 나오고, $a=13$ 이 된다.

$\therefore\ 2a=2\times13=26$

9. 두 일차방정식 $x-y=3$ 과 $2x+3y=m$ 을 만족하는 x 값이 $\frac{17}{5}$ 일 때, 상수 m 의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$x-y=3$ 에 x 값 $\frac{17}{5}$ 을 대입하면 $\frac{17}{5}-y=3$ 이 나오고 $y=\frac{2}{5}$

따라서 $x=\frac{17}{5}$, $y=\frac{2}{5}$를 $2x+3y=m$ 에 대입하면 $\frac{34}{5}+\frac{6}{5}=8$ 이 나오고, $m=8$ 이 된다.

10. $a-b>0,\ a+b<0,\ a>0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a>b$　② $|a|<|b|$　③ $b<0$

④ $a^2>b^2$　⑤ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

해설

$a+b<0,\ a>0$에서 $b<0$이고 $|a|<|b|$임을 알 수 있다.
따라서 틀린 것은 ④번이다.

11. 부등식 $6a - 9 \le 3(x - 3) - 2x$를 만족하는 $-x$의 값 중에서 가장 큰 정수가 2일 때, 상수 a의 값의 최댓값은?

① $a = -\frac{1}{3}$ ② $a = -\frac{1}{2}$ ③ $a = -1$
④ $a = \frac{1}{2}$ ⑤ $a = \frac{1}{3}$

해설

$6a - 9 \le 3(x - 3) - 2x$를 정리하면
$6a - 9 \le 3x - 9 - 2x$
$6a \le x$
$x \ge 6a$
$\therefore \ -x \le -6a$
위 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 2이므로 $2 \le -6a < 3$
$\therefore \ -\frac{1}{2} < a \le -\frac{1}{3}$

12. 일차부등식 $\frac{2x+4}{3} \geq -\frac{x-2}{2} + x$ 를 풀면?

① $x \geq -14$ ② $x \geq -2$ ③ $x \geq -10$
④ $x \geq -\frac{1}{3}$ ⑤ $x \leq \frac{14}{5}$

해설

부등식의 양변에 6 을 곱하면 $4x + 8 \geq -3x + 6 + 6x$ 이므로 $x \geq -2$ 이다.

13. 다음 부등식을 푼 것으로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $a>0$ 일 때, $ax+1>3 \Rightarrow x>\dfrac{2}{a}$

② $a>0$ 일 때, $-ax+2>4 \Rightarrow x<-\dfrac{2}{a}$

③ $a<0$ 일 때, $-ax+2>4 \Rightarrow x>\dfrac{2}{a}$

④ $a>0$ 일 때, $-ax+4>2 \Rightarrow x>\dfrac{2}{a}$

⑤ $a<0$ 일 때, $-ax+4>2 \Rightarrow x>\dfrac{2}{a}$

해설

③ $-ax+2>4$

$-ax>2$

$a<0$ 이므로 $-a>0$, 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$\therefore\ x>-\dfrac{2}{a}$

④ $-ax+4>2$

$-ax>-2$

$a>0$ 이므로 $-a<0$, 양변을 $-a$ 로 나누어 주면 부등호의 방향이 바뀌어야 한다.

$\therefore\ x<\dfrac{2}{a}$

14. 부등식 $(a+b)x+2a-3b<0$ 의 해가 $x<-\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x+2a+b<0$ 의 해는?

① $x>7$　② $x<7$　③ $x>-7$

④ $x<-7$　⑤ $x<3$

해설

$(a+b)x+2a-3b<0$의 해가 $x<-\frac{3}{4}$이므로 $a+b>0$

식을 정리하면 $x<-\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$-\frac{2a-3b}{a+b}=-\frac{3}{4}$

$8a-12b=3a+3b$

$5a=15b \quad \therefore\ a=3b$

$a+b=4b>0$이므로 $b>0$,

$a=3b$ 를 $(a-2b)x+2a+b<0$ 에 대입하면

$(3b-2b)x+6b+b<0$

$x<-\frac{7b}{b}$

$\therefore\ x<-7$

15. 연립방정식 $\begin{cases} 2y = -3x + 4 \\ mx + 4y = m + 5 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = 3y + 11$ 을 만족시킬 때, m 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$3x + 2y = 4$와 $4x - 3y = 11$을 연립방정식으로 풀면 $x = 2$, $y = -1$이다.
$x = 2$, $y = -1$을 $mx + 4y = m + 5$에 대입하면 $m = 9$이다.

16. $-6 \le 4-2x < 10$ 일 때, x의 값의 범위는?

① $x > 1$　② $x \le -3$　③ $-1 < x \le 4$

④ $-4 < x \le 1$　⑤ $-3 < x \le 5$

해설

$-6 \le 4-2x < 10$에서

$-6-4 \le -2x < 10-4$,

$-10 \le -2x < 6$

$\therefore\ -3 < x \le 5$

17. $-1 < 3x + 2 < 5$ 일 때, x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$　② $-1 < x < 2$　③ $\frac{1}{3} < x < 1$

④ $-1 < x < 1$　⑤ $1 < x < 2$

해설

$-1 < 3x + 2 < 5$

$-1 - 2 < 3x < 5 - 2$

$-3 < 3x < 3$

$\therefore -1 < x < 1$

18. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때 $a-b$ 의 값은?

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ x+5y=a-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-y=2b-3 \\ 4x-5y=-5 \end{cases}$$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 연립방정식의 해가 같으므로, $2x+3y=3$과 $4x-5y=-5$를 연립하면

$$\begin{array}{rr} & 4x+6y=6 \\ -) & 4x-5y=-5 \\ \hline & 11y=11 \end{array}$$

$\therefore\ y=1,\ x=0$

이 해를 각각의 식에 대입하여 $a,\ b$ 를 구하면 $a=10,\ b=1$

$a-b=9$

19. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{4}{y}=1 \\ \frac{4}{x}-\frac{2}{y}=3 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=3,\ y=2$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=1,\ y=2$

④ $x=1,\ y=3$ ⑤ $x=2,\ y=3$

해설

$\frac{1}{x}=X,\ \frac{1}{y}=Y$ 라 하면

$3X-4Y=1 \cdots$㉠

$4X-2Y=3 \cdots$㉡

㉠ $-$ ㉡ $\times 2$ 하면 $-5X=-5$

$\therefore X=1,\ Y=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{x}=1$ 이므로 $x=1$, $\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$ 이므로 $y=2$ $\therefore x=1,\ y=2$

20. 다음 연립방정식 중 해가 무수히 많은 것은?

① $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$

② $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x=2y-2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x=y+2 \\ 3x-3y=4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 6x-2y=4 \\ 3x-y=-2 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때 해가 무수히 많다.
따라서

① $\begin{cases} x-y=3 & \cdots ㉠ \\ 2x-2y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$ $2\times ㉠= ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

② 해가 없다.
③ 1쌍의 해가 있다.
④ 해가 없다.
⑤ 해가 없다.