1. 다음 중 10과 서로소인 것은?

① 2 ② 5 ③ 10 ④ 13 ⑤ 20

해설

① 2 와 10 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.
② 5 와 10 의 최대공약수는 5 이므로 서로소가 아니다.
③ 10 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.
④ 13 와 10 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
⑤ 20 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.

2. 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

24, 42, 60

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 42 & 60 \\ \hline 3 & 12 & 21 & 30 \\ \hline & 4 & 7 & 10 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

3. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5 , 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수) 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45 를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

4. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80 ② 82 ③ 95 ④ 105 ⑤ 120

해설

$15 = 3 \times 5,\ 21 = 3 \times 7$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 7 = 105$

5. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : _____ 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

6. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

① 48, 96 ② 48, 97 ③ 49, 97 ④ 50, 96 ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, $\cdots$ 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

7. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1$

8. 두 자연수 28, 126 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×7
$\therefore$ 약수의개수는$(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)

9. 두 수 a, b 의 최대공약수가 18 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 18 의 약수와 같다.
18 의 약수는 $1, 2, 3, 6, 9, 18$ 이므로 6 개이다.

10. 세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A, $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로
A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.
따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

11. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① $1, 2, 4, 8, 16$
② $4, 16, 64, \cdots$
③ $16, 32, 48$
④ $4, 8, 16, 32, \cdots$
⑤ $16, 32, 48, 64, \cdots$

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16 의 배수이다.

12. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

13. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누너주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7,\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7,\ 70 = 2 \times 5 \times 7$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

14. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

12 와 18 의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36 cm 이다.

16. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6　　⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

17. 다음 $\boxed{}$안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수 중 공통인 자연수는 $\boxed{}$과(와) 서로소인 자연수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 $1, 5, 7, 11 \cdots$
3 과 서로소인 자연수는 $1, 4, 5, 7, 11 \cdots$
$\therefore$ 공통된 부분은 6과 서로소인 자연수이다.

18. 다음 중 옳은 것은?

① 소수는 모두 홀수이다.

② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.

③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.

④ 1 은 합성수이다.

⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

① 2 는 유일한 짝수이다.
② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

19. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수)$= 2^3 \times 3^1 \times 5$
$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)

20. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

㉠ 최대공약수가 24 인 두 수 a, b 의 공약수
㉡ 50 보다 크지 않은 4 와 6 의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24 인 두 수 a, b 의 공약수는 24 의 공약수이므로
$24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
$(3+1) \times (1+1) = 8$(개)
㉡ 4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로
50 보다 작은 12 의 배수는 12, 24, 36, 48 의 4 개
$\therefore 8 + 4 = 12$

21. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84 의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84 의 최대공약수인 14이다.

22. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a+b$ 의 값은?

① 7　　② 6　　③ 5　　④ 4　　⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$(바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$(바퀴) 이다.
$\therefore a+b = 4+3 = 7$

23. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각 각 회전해야 하는 수를 a, b라 할 때 $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$(번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$(번) 회전해야 하므로 $a+b = 2+3 = 5$

24. 세 수 $\frac{5}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\frac{(15,\ 18,\ 24\text{의 최소공배수})}{(5,\ 5,\ 5\text{의 최대공약수})} = \frac{360}{5} = 72$$

25. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{array}{r|rrr} a & 2\times a & 3\times a & 4\times a \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a=6$ 이고,

최소공배수는 $a\times 2^2\times 3=6\times 2^2\times 3=72$ 이다.

26. 가로, 세로의 길이가 각각 100 m, 80 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 x(m) 라 할 때,
$100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
$100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
$\therefore x = 2^2 \times 5 = 20$ (m)
나무 사이의 간격을 20 m 라 할 때,
가로 $100 = 20$(m) $\times 5$ (그루)
세로 $80 = 20$(m) $\times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

27. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45+3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56-2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77-5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.
따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72 의 최대공약수는 6 이고 6 의 약수 중 5 보다 큰 수는 6 뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

28. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.

$\therefore\ 88 + 99 = 187$

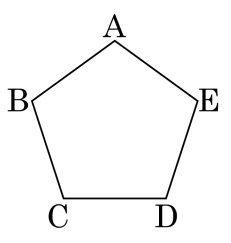
29. a, b 의 최대공약수는 7 , 두 수의 곱이 588 일 때, (a, b) 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
$a = 7x, b = 7y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$7x \times 7y = 588$이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x , y)는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 $(a, b$)는
$(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

30. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $\cdots$ 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로
D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, $\cdots$, 99 까지 10 개가 된다.