

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$, $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때, $A + B$ 는?

① $-x + 3$

② $x - 3$

③ $x^2 + x + 3$

④ $x^2 - x - 3$

⑤ $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$

$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

2. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x \text{는 복소수}\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$$i^2 = -1 \rightarrow i^4 = 1$$

4. 두 실수 x, y 에 대하여 등식 $(1+i)(x-yi) = 3+i$ 가 성립 할 때, $2x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$$(x+y) + (x-y)i = 3+i$$

$$\therefore x+y=3, x-y=1$$

$$\therefore x=2, y=1$$

$$\therefore 2x+y=5$$

5. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④ $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

② $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤ $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

6. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근을 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{ 이므로}$$

정수 k 의 최댓값은 -2

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 의 최댓값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$\therefore x = 2$$

즉, $x = 2$ 일 때, 최댓값 0

9. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ 일 때, $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 이므로
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.
즉, $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$
이므로 $a = 4, b = 1$
 $\therefore a + b = 5$

10. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

- ① 8
- ② 7
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

11. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

12. $i^{2000} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $1 - i$ ③ $1 + i$ ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} i^4 &= 1 \text{ 이므로} \\ i^{4k} &= 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i \\ (\text{준식}) &= 1 + (-1) + (-i) + 1 \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

13. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$$

계수가 유리수이므로

$$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

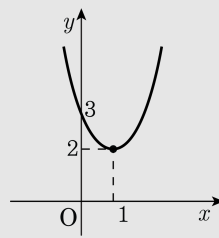
$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

15. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의
함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과
같다.
 $f(0) = 3, f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



16. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

- ① -8 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
 $\{x(x+1)\}\{x(x-1)(x+2)\}-8=0$
 $(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
 $x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
 $\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든
해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

17. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$ 의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r \quad (a, r \text{ 는 상수}) \text{라 하면}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$$

$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

19. $x^4 + 4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2y^2$

③ $x^2 + xy + 2y^2$

④ $x^2 - xy + 2y^2$

⑤ $x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 4y^4 &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)\end{aligned}$$

20. $N = 69^3 + 3 \cdot 69^2 + 3 \cdot 69 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 6개 ② 12개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} N &= 69^3 + 3 \cdot 69^2 + 3 \cdot 69 + 1 \\ &= (69 + 1)^3 = (2 \cdot 3 \cdot 7)^3 \end{aligned}$$

따라서 N 의 양의 약수는 개수는 $4^3 = 64$

21. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소 공배수를 구하여라.

① $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

② $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③ $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④ $x^3 - 9x + 8$

⑤ $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a , b 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

22. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}$ 을 만족할 때,
다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$)

- ① $ab < 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc > 0$
- ④ $bd < 0$
- ⑤ $cd > 0$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, (a < 0, b < 0)$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}, (c > 0, d < 0)$

- ① $ab > 0$
- ② $ad > 0$
- ③ $bc < 0$
- ④ $bd > 0$
- ⑤ $cd < 0$

23. $x^2 + 2\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}x + \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} = 0$ 의 근을 판별하면?
(단, a, b, c 는 서로 다른 양의 실수이다.)

- ① 서로 다른 두 허근
- ② 서로 다른 두 실근
- ③ 서로 같은 두 실근
- ④ 서로 다른 두 허근
- ⑤ 한 근은 실근, 한 근은 허근

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{ab}} - \frac{1}{\sqrt{bc}} - \frac{1}{\sqrt{ca}} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \right\} > 0 \end{aligned}$$

따라서 서로 두 실근을 갖는다.
(단, $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$ 일 때 중근)

24. 복소수의 범위에서 인수분해가 옳게 된 것은?

① $x^4 + x^2 - 2 = (x + 1)(x - 1)(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

② $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 - x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x - 1 - \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x + 1 - 2i)(x + 1 + 2i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x + 2)(x - 2)(x + 2i)(x - 2i)$

해설

① $(x^2 + 2)(x^2 - 1) = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 2)$

$= (x + 1)(x - 1)(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i) \rightarrow (\bigcirc)$

② $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

③ $x^2 - 2x - 1 = (x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

④ $x^2 + 2x + 3 = (x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

⑤ $x^4 - 4 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i)$

25. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

- ① $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 2y^2 &= 0 \\ \Rightarrow (x+y)(x-2y) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } x &= -y \quad 2x^2 + y^2 = 2y^2 + y^2 = 9 \\ y &= \pm\sqrt{3}, \quad x = \mp\sqrt{3} \\ \text{ii) } x &= 2y \quad 2x^2 + y^2 = 8y^2 + y^2 = 9 \\ y &= \pm 1, \quad x = \pm 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{해} : \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ y = \mp\sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

(복부호동순)