

1. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 $X + 2A = B$ 를 만족하는 다항식 X 를 구하면?

- ① $x^2 + 3x + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 - 3$
④ $x^2 + 1$ ⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$$\begin{aligned} X &= B - 2A \\ &= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1) \\ &= x^2 - 3 \end{aligned}$$

해설

2. 다음 등식 중에서 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

① $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$ ② $x^2 - x = x(x+2)$

③ $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ④ $x(x-2) = 0$

⑤ $x+y = x-y$

해설

②는 $x=0$ 일 때만 성립하고,
④는 $x=0, 2$ 일 때만 성립한다.
그리고 ⑤는 $y=0$ 일 때만 성립한다.
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

3. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

5. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

6. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\&= (x-1)(x^2-1) \\&= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

7. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$
㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

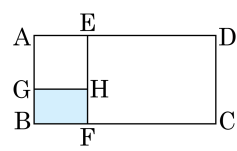
해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

9. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

10. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$
 $= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow$ 양변을 $x - 1$ 로 나누면
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$
 $\therefore a = 3, b = 8$
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

11. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 8x^3 - 1 &= (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \\ \therefore Q(x) &= 2x - 1 \\ \therefore \text{상수항은 } &-1 \end{aligned}$$

12. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

13. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

14. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로
 $x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는
모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.
 $\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2$, $b = 1$
 $\therefore a + b = -1$

15. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

16. $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수 x, y 에 대하여 $ax^2+bx+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$
 x 에 대한 항등식이므로
 $a+b+c=0, b+2c=0, c-1=0$
 $\therefore a=1, b=-2, c=1$
 $\therefore a+b+c=0$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때의 나머지가 3이고, $x-2$ 로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을 $(x+1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $-x+2$

③ $x-1$

④ 2

⑤ 3

해설

$R(x) = ax + b$ 라 두면

$R(-1) = -a + b = 3, R(2) = 2a + b = 0$

$a = -1, b = 2$ 이므로 $R(x) = -x + 2$

18. $x^6 + 4x^4 + x^2 - 6$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$ 로 인수분해 될 때,
 $a+b+c+d$ 의 값은?

① -5

② -2

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$$x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = (x+1)(x-1)(x^4 + 5x^2 + 6)$$

$$= (x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$$

$$\therefore a+b+c+d=5$$

19. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B$ 를 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (x \otimes x^2) &= \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1} \\ (x^2 - x) \otimes (x - 1) &= \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

20. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-3x+2 일 때, $A+B$ 는?

- ① $2x^2-x-1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2-2x-1$
④ $2x^2-2x+1$ ⑤ $2x^2-2x+3$

해설

$$G = x-1, L = (x-1)^2(x+2)$$

$$A = (x-1)^2 = x^2-2x+1, B = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$$

$$A+B = 2x^2-x-1$$