

1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

2. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C &= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3 \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$

② $-72a^7x^8$

③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$

⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

4. 등식 $x^2 + 2x + 3 = a(x-1)^2 + bx + c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x-1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b-2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

5. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

6. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

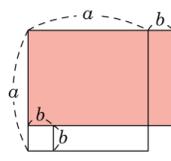
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

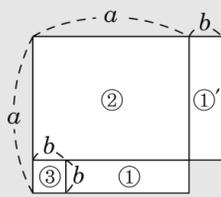
$$\therefore R = 4$$

7. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
 ⑤ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$

$$①' = ③ \text{ 이므로}$$

$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

8. $(a+b-c)(a-b+c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} \\ &= a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

9. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

10. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)\{a(x+1) + b\} + c + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x+1$ 로 연속으로 나눌 때
 차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 & & -1 & 1 & -1 \\
 -1 & 1 & -1 & 1 & -2 \leftarrow d \\
 & & -1 & 2 & \\
 -1 & 1 & -2 & 3 & -1 \leftarrow c \\
 & & -1 & & \\
 & 1 & -3 & & -1 \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

11. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

12. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

- ① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

13. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

- ① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$
④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1) = 2, f(2) = 1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면
 $f(1) = a+b=2$, $f(2) = 2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
 \therefore 구하는 나머지는 $-x+3$

14. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 다항식 $2x^2 - x - 3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값은 ?

① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x+1)(2x-3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \text{㉠}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

15. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1 \end{aligned}$$

16. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

17. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^{30} + 2x^{28} - x &= (x+1)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = -1 \text{을 대입 하면,} \\ 2 + 2 + 1 &= R \therefore R = 5 \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입 하면,} \\ 2 + 2 - 1 &= 2Q(1) + 5 \\ \therefore Q(1) &= -1 \end{aligned}$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① R ② aR ③ bR ④ $-\frac{b}{a}R$ ⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

19. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & i \end{array}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & a+b+c+1 \end{array}$$

이때 $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$$a+b+c = 0$$

따라서 ③이다.

20. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?

- ① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$
- ② $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$
- ③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$
- ④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$
- ⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

1	3	0	-1	2	
1	3	3	3	2	
1	3	3	2	4	← d
1	3	6	8	4	← c
1	3	9	8	4	← b
1	3	9	8	4	← a

∴ $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로
 $3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$
 $\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$
 $\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

(ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,
 $x = 0$ 대입 : $2 = -a + b - c + d \dots \textcircled{1}$
 $x = -1$ 대입 : $0 = -8a + 4b - 2c + d \dots \textcircled{2}$
 $x = 1$ 대입 : $4 = d \dots \textcircled{3}$
 $x = 2$ 대입 : $24 = a + b + c + d \dots \textcircled{4}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면,
 $\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$