1. 두 점 A$(1,\ -3)$, B$(3,\ 7)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $3:2$로 내분하는 점 P$(a,\ b)$와 $3:2$로 외분하는 점 Q$(c,\ d)$에 대하여 a, b, c, d의 값은?

① $\frac{11}{5}$, 3, 7, 27
② $-\frac{16}{5}$, $\frac{11}{5}$, 5, 3
③ 5, $\frac{11}{3}$, $\frac{13}{5}$, 27
④ $\frac{9}{5}$, -3, -23, -1
⑤ $\frac{9}{5}$, -1, -3, -23

해설

$$\mathrm{P}\ (a,\ b) = \left(\frac{3\times3+2\times1}{3+2}, \frac{3\times7+2\times(-3)}{3+2}\right) = \left(\frac{11}{5},\ 3\right)$$

$$\mathrm{Q}\ (c,\ d) = \left(\frac{3\times3-2\times1}{3-2}, \frac{3\times7-2\times(-3)}{3-2}\right) = (7,\ 27)$$

2. $\triangle$ABC의 두 꼭짓점이 A$(0, 1)$, B$(2, 0)$이고 무게중심이 G$(2, 1)$일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

① $(-1, 2)$ ② $(1, 0)$ ③ $(2, 1)$

④ $(3, 2)$ ⑤ $(4, 2)$

해설

꼭짓점 C의 좌표를 (a, b)라 하면
$\triangle$ABC의 두 꼭짓점이 A$(0, 1)$, B$(2, 0)$이고
무게중심이 G$(2, 1)$이므로

$$\frac{0+2+a}{3} = 2, \frac{1+0+b}{3} = 1$$

$\therefore a = 4, b = 2$

$\therefore$ C$(4, 2)$

3. 점 $(2, -1)$ 을 지나고, 기울기가 -3 인 직선의 방정식이 $ax + by - 5 = 0$ 일 때 $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

점 $(x_1,\ y_1)$ 을 지나고 기울기가 m 인
직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 이므로
구하는 직선의 방정식은 $y - (-1) = -3(x - 2)$
즉 $y = -3x + 5 \cdots$ ㉠
㉠을 직선의 방정식의 일반형으로 고치면
$3x + y - 5 = 0$
$\therefore\ a + b = 3 + 1 = 4$

4. 좌표평면에 두 점 $\mathrm{A}(1,3)$, $\mathrm{B}(2,-1)$이 있다. 점 $\mathrm{C}(m,2)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$가 최소일 때의 상수 m의 값은?

① $\dfrac{5}{4}$　② $-\dfrac{5}{4}$　③ $\dfrac{7}{4}$　④ $-\dfrac{7}{4}$　⑤ $\dfrac{9}{4}$

해설

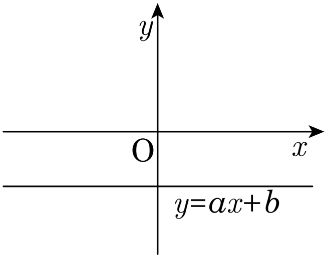
$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$가 최소인 경우는
세 점 $\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}$가 일직선 위에 있을 때이므로
직선 AB의 기울기와 BC의 기울기가 같다.

따라서 $\dfrac{-1-3}{2-1}=\dfrac{2-(-1)}{m-2}$

$\therefore m=\dfrac{5}{4}$

5. 다음 그림과 같이 $y = ax + b$의 그래프가 x축에 평행인 직선일 때, $y = bx + a - 2$의 그래프가 반드시 지나는 사분면을 모두 고르면?

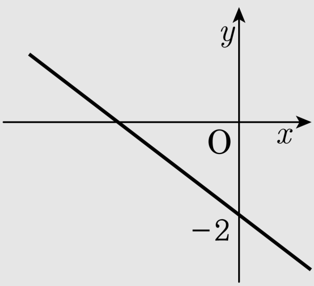
㉠ 제1사분면	㉡ 제2사분면
㉢ 제3사분면	㉣ 제4사분면



① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

주어진 직선 $y = ax + b$의 그래프가
x축과 평행하면서 x축 아래쪽에
놓여 있으므로 $a = 0,\ b < 0$이다.
이 때, $y = bx + a - 2$에서
기울기 : $b < 0$, y절편 : $a - 2 = -2 < 0$이므로
직선 $y = bx = a - 2$의 그래프는
다음 그림과 같다.
따라서 이 직선의 그래프가 반드시 지나는
사분면은 제 $2, 3, 4$사분면이다.



6. 두 직선 $2x + ay + 1 = 0$, $x + (a-3)y - 4 = 0$이 평행할 때, 실수 a의 값은?

① -6 ② -3 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로

$$\frac{2}{1} = \frac{a}{a-3} \neq -\frac{1}{4}$$

$\therefore 2a - 6 = a,\ a \neq \frac{3}{5}$에서 $a = 6$

7. 두 원 $x^2+y^2-4y-1=0$, $(x-1)^2+y^2=3$ 의 중심거리를 구하면?

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ 3 ⑤ 5

해설

$x^2+y^2-4y-1=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+(y-2)^2=5$

$\therefore$ 중심사이의 거리는 $\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

8. 점$(-3, 1)$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로-3만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -2)$　② $(-5, 4)$　③ $(-1, 4)$
④ $(-5, -2)$　⑤ $(-1, -4)$

해설

$(-3, 1) \rightarrow (x+2, y-3)$ 이므로 $(-3+2, 1-3) = (-1, -2)$

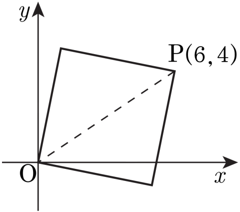
9. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(a), \mathrm{B}(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{\mathrm{AB}}$는 5이고 점 $\mathrm{C}(a+b)$의 좌표를 -1이라 할 때, 점 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$일때, $\mathrm{A}(a)$, $\mathrm{B}(b)$ 사이의 거리는 $a-b$이므로, $a-b=5$
따라서 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는 5

10. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?



① 16　　② 20　　③ 26

④ 32　　⑤ 52

해설

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$ 이므로

주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.

따라서 정사각형의 넓이는 26이다

11. 점 A$(-2,1)$, B$(4,4)$ 를 이은 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 l 이라고 할 때, 점 $(1,0)$ 에서 직선l 에 이르는 거리는?

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$\mathrm{M}\left(\frac{2\times4+1\times(-2)}{2+1}, \frac{2\times4+1\times1}{2+1}\right)=(2,3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\dfrac{4-1}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$

그러므로 직선 l 은 기울기가 -2 이고

$(2,3)$을 지나므로 $l: y-3=-2(x-2)$

$\therefore\ 2x+y-7=0$

따라서 $(1,0)$ 으로부터 직선 l 까지의 거리는

$$\frac{|2\cdot1+0-7|}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

12. 두 직선 $2x+y-7=0$, $3x+2y-12=0$ 의 교점을 지나고 직선 $8x+5y=0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{5}{8}x+\frac{5}{31}$ ② $y=-\frac{8}{5}x+\frac{31}{5}$ ③ $y=-\frac{2}{3}x+\frac{11}{5}$
④ $y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{11}$ ⑤ $y=-\frac{5}{3}x+\frac{11}{31}$

해설

$2x+y-7=0 \cdots\cdots$ ㉠

$3x+2y-12=0 \cdots\cdots$ ㉡

㉠ $\times 2-$ ㉡ : $x=2$, $y=3$

$\therefore$ ㉠, ㉡의 교점 : $(2,\ 3)$

구하는 직선의 기울기는 $-\frac{8}{5}$

$\left(\because\ y=-\frac{8}{5}x\right.$ 와 평행하다.$\left.\right)$

$\therefore$ 구하는 직선은 기울기 $-\frac{8}{5}$ 이고

$(2,\ 3)$ 을 지나므로

$y-3=-\frac{8}{5}(x-2)$

$\therefore y=-\frac{8}{5}x+\frac{31}{5}$

13. 두 직선 $x+y=1,\ ax+2y+a+2=0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+y=1\cdots㉠$

$ax+2y+a+2=0\cdots㉡$

㉡ − ㉠ × 2 : $(a-2)x+a+4=0$

$\Rightarrow \quad x=\dfrac{a+4}{2-a}$

$\Rightarrow y=1-x=\dfrac{2a+2}{a-2}$

$\therefore$ 교점 : $\left(\dfrac{a+4}{2-a},\ \dfrac{2a+2}{a-2}\right)$

교점이 제 1 사분면에 있으므로

$\dfrac{a+4}{2-a}>0,\ \dfrac{2a+2}{a-2}>0$

두 식의 양변에 $(a-2)^2$ 을 곱하면

$(a-2)(a+4)<0,\ 2(a+1)(a-2)>0$

$\Rightarrow -4<a<2,\ a<-1\ or\ a>2$

$\therefore\ -4<a<-1$

$\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

14. A(2, 0), B(0, 2) 에서의 거리의 제곱의 합이 12 인 점 P(x, y) 의 자취를 나타내는 식은?

① $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$

② $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

③ $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

⑤ $x^2 + y^2 + x - y = 2$

해설

$(\overline{\mathrm{PA}})^2 = (x-2)^2 + y^2$

$(\overline{\mathrm{PB}})^2 = x^2 + (y-2)^2$

$\therefore\ (x-2)^2 + y^2 + x^2 + (y-2)^2 = 12$

$\therefore\ x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

15. 두 점 $(2,\ 1)$, $(-3,\ -1)$을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+2)^2+(y+1)^2=29$

② $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+y^2=\dfrac{29}{4}$

③ $(x-2)^2+(y-1)^2=29$

④ $x^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{29}{4}$

⑤ $x^2+y^2=4$

해설

원의 중심은 $\left(\dfrac{2-3}{2},\ \dfrac{1-1}{2}\right)=\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$ 이고,

반지름은 $\dfrac{\sqrt{(2+3)^2+(1+1)^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{29}}{2}$ 이다.

$\therefore \left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+y^2=\dfrac{29}{4}$

16. $x^2+y^2+2(m-1)x-2my+3m^2-2=0$ 이 원의 방정식이 되기 위한 m 의 범위는?

① $-3<m<1$

② $-1<m<3$

③ $m<-3$ 또는 $1<m$

④ $m<-1$ 또는 $3<m$

⑤ $0<m<3$

해설

$x^2+y^2+2(m-1)x-2my+3m^2-2=0$

원이 되려면 $r>0$

$\{x+(m-1)\}^2+\{y-m\}^2+m^2+2m-3=0$

$(x+m-1)^2+(y-m)^2=3-2m-m^2$

$3-2m-m^2>0 \ \rightarrow \ m^2+2m-3<0$

$\therefore \ -3<m<1$

17. 반지름의 길이가 5 cm, 8 cm 인 두 원의 중심거리가 3 cm 일 때, 두 원의 위치관계는?

① 한 원이 다른 원의 외부에 있다.

② 두 원이 외접한다.

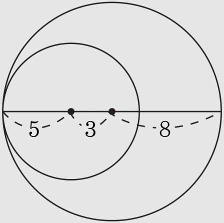
③ 두 원이 두 점에서 만난다.

④ 두 원이 내접한다.

⑤ 한 원이 다른 원의 내부에 있다.

해설

반지름이 5 인 원이 반지름이 8 인 원 안에 내접한다.



18. 두 원 $x^2+y^2+2x-6y+8=0$, $x^2+y^2-4y=0$ 의 공통현의 방정식은?

① $x-5y+4=0$

② $4x-3y+4=0$

③ $3x-3y+4=0$

④ $x-y+4=0$

⑤ $2x-y+1=0$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$x^2+y^2+2x-6y+8-\left(x^2+y^2-4y\right)=0$

$2x-2y+8=0$

$\therefore x-y+4=0$

19. 원 $x^2+y^2=4$ 에 접하고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-\sqrt{2}x\pm 1$ ② $y=-\sqrt{2}x\pm 5$ ③ $y=-\sqrt{3}x\pm 4$

④ $y=-\sqrt{3}x\pm 9$ ⑤ $y=-\sqrt{5}x\pm 6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y=\left(-\sqrt{3}\right)x\pm 2\sqrt{1+\left(-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$\therefore y=-\sqrt{3}x\pm 4$$

20. 도형 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2+(y-1)^2=5$ ② $(x-2)^2+(y+2)^2=5$

③ $(x-3)^2+(y+3)^2=5$ ④ $(x-3)^2+(y-3)^2=5$

⑤ $(x+3)^2+(y-3)^2=5$

해설

$x-2=x'$ $y+1=y'$

라 하고 주어진 식에 대입한다.

$\Rightarrow \quad (x'+2+1)^2+(y'-1-2)^2=5$

$\Rightarrow \quad (x'+3)^2+(y'-3)^2=5$

$\Rightarrow \quad (x+3)^2+(y-3)^2=5$

21. 직선 $2x - y + 3 = 0$을 원점에 대하여 대칭이동시킨 직선의 방정식을 구하면?

① $2x + y + 3 = 0$ ② $2x - y - 3 = 0$ ③ $2x + y - 3 = 0$

④ $x - 2y - 3 = 0$ ⑤ $x - 2y + 3 = 0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \to -x$, $y \to -y$를 대입한다.

22. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

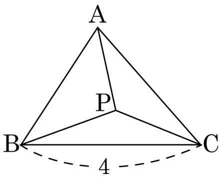
$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$

$-3x + 2y + 18 = 0$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$\therefore\ a + b = -1$

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 임의의 내부의 한 점 P에 대하여 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 최솟값은?

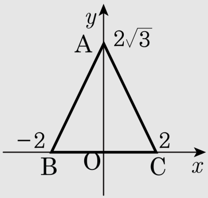


① 16　　② 17　　③ 18

④ 19　　⑤ 20

해설

다음 그림과 같이 직선 BC를 x축, $\overline{BC}$의 중점을 원점 O, 직선 AO를 y축으로 잡으면



$A\left(0, 2\sqrt{3}\right), B(-2, 0), C(2, 0)$

$P(x, y)$라 하면

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$

$=x^2+\left(y-2\sqrt{3}\right)^2+(x+2)^2+y^2+(x-2)^2+y^2$

$=3x^2+3y^2-4\sqrt{3}y+20$

$=3x^2+3\left(y-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+16$

따라서 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$은

$x=0, y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$일 때, 최솟값 16을 갖는다.

24. 양 끝점의 좌표가 A$(3, 17)$, B$(48, 281)$인 선분 AB 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는?

① 2 개　② 4 개　③ 15 개　④ 16 개　⑤ 46 개

해설

선분 AB의 방정식은

$$y = \frac{88}{15}(x-3)+17$$

$3 \le x \le 48$

이때, y가 정수이려면,

$x-3$이 15의 배수이어야 한다.

따라서 $x = 3, 18, 33, 48$로 모두 4개이다.

문제의 조건을 만족시키는 점의 좌표는

$(3, 17)$, $(18, 105)$, $(33, 193)$, $(48, 281)$로 모두 4개

25. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 3　　⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면
$(x-y-1)x-y+2=0$이다.
k에 관계없이 성립하려면
$x-y-1=0,\ -y+2=0$
$\therefore\ \ y=2,\ \ x=3\ \ \Rightarrow\ \ (a,b)=(3,2)$

26. 두 직선 $3x-4y+1=0, 3x-4y-4=0$사이의 거리를 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x-4y+1=0$의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \quad \frac{\left|3\times 0+(-4)\times \frac{1}{4}-4\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

27. 직선 $x+2y-1=0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

① $y-2x=-5$　② $y-2x=-\sqrt{5}$　③ $y+2x=5$

④ $y+2x=\sqrt{5}$　⑤ $y+2x=-\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$-\frac{1}{2}m'=-1$ 에서 $m'=2$

따라서, 구하는 직선의 식은

$y=2x+n,\ 2x-y+n=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d=\frac{|n|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5},$$

$|n|=5,\ n=\pm 5$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y=2x+5$ 또는 $y=2x-5$

28. 점 A(6, 2)와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}}$를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$

④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P $(a,\ b)$라 하면 $a+2b-2=0$ $\cdots$㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 1 : 3 내분점을 Q $(x,\ y)$라 하면

$$\mathrm{Q}(x,\ y)=\left(\frac{a+18}{1+3},\frac{b+6}{1+3}\right)$$

$$x=\frac{a+18}{1+3},\ y=\frac{b+6}{1+3}$$

$a=4x-18$, $b=4y-6$

㉠에 대입하면,

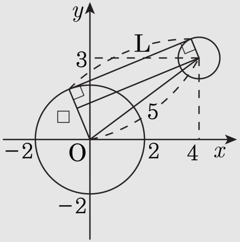
$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$

29. 두 원 $x^2+y^2-4=0$, $x^2+y^2-8x-6y+24=0$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{6}$ ② 4 ③ 5 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 6

해설

$x^2+y^2=4$, $(x-4)^2+(y-3)^3=1$
의 외접선의 길이는 그림의 L 과 같다.
두 중심사이의 거리는 $\sqrt{4^2+3^2}=5$
이므로
$\Rightarrow \quad L^2=5^2-(2-1)^2=24$



$\therefore \quad L=2\sqrt{6}$

30. 점 (0, 2)를 지나고, 원 $x^2+y^2=1$에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+2$

② $y=-\sqrt{3}x-2,\ y=\sqrt{3}x+2$

③ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+3$

④ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x-2$

⑤ $y=-\sqrt{3}x+4,\ y=\sqrt{3}x+2$

해설

$x^2+y^2=1\cdots$㉠
점 $(0,2)$를 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면
$y-2=m(x-0)$
$\therefore\ y=mx+2\cdots$㉡
㉡을 ㉠에 대입하고 정리하면
$(m^2+1)x^2+4mx+3=0\cdots$㉢
㉡이 ㉠에 접하려면 방정식 ㉢이 중근을 가져야 하므로
$D/4=(2m)^2-3(m^2+1)=0$
$\therefore\ m^2=3$
$\therefore\ m=\pm\sqrt{3}$
이것을 ㉡에 대입하면 $y=\pm\sqrt{3}x+2$

해설

(다른 풀이1) 접점을 $(x_1,\ y_1)$ 이라면
접선방정식은 $x_1x+y_1y=1\cdots$㉣
점 $(0,\ 2\ )$ 는 ㉣ 위의 점이므로
$2y_1=1\cdots$㉤
한편, $(x_1,\ y_1)$ 은 원 ㉠위의 점이므로
$x_1^2+y_1^2=1\cdots$㉥
㉥, ㉤에서 $(x_1,\ y_1)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$
㉣에 대입하여 정리하면
$y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+2$
(다른 풀이2) 점 $(0,2)$를 지나는 직선의
기울기를 m이라 하면 $y-2=m(x-0)$
$\therefore\ mx-y+2=0\cdots$㉦
원 ㉠의 중심에서 ㉦까지의 거리가
원의 반지름과 같으므로 $\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}=1$
$\therefore\ \sqrt{m^2+1}=2$
$\therefore\ m=\pm\sqrt{3}$
이것을 ㉦에 대입하면 $y=\pm\sqrt{3}x+2$

31. 원 $(x-4)^2+(y-3)^2=25$ 위의 점 C에서 두 점 A$(6,\ -4)$, B$(10,\ 0)$을 지나는 직선 l에 이르는 거리의 최댓값은?

① $5+4\sqrt{2}$ ② $5+\frac{9}{2}\sqrt{2}$ ③ $10+\sqrt{2}$

④ 11 ⑤ 12

해설

직선 AB의 방정식은

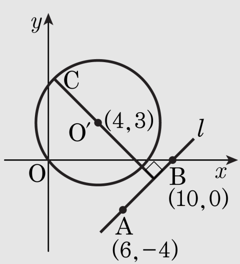
기울기가 $m=\dfrac{-4-0}{6-10}=1$이므로

$y=x-10$ 즉, $x-y-10=0$ 이고

원의 중심 $(4,\ 3)$에서 직선 AB에 이르는 거리는

$\dfrac{|4-3-10|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$이므로 원 위의 점 C에서

직선 l에 이르는 거리의 최댓값은 $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}+5$이다.



32. 점 (2, 1) 에 대하여 점 (a, b) 와 대칭인 점의 좌표를(α, β) 라 한다. 점 (a, b) 가 직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이면 점 (α, β) 가 움직이는 도형은?

① $y = x - 7$ ② $y = x + 7$ ③ $y = 2x + 7$

④ $y = 2x - 7$ ⑤ $y = 3x + 7$

해설

점 (2, 1) 에 대하여 점 (a, b) 와 대칭인

점이 (α, β) 이므로 $\dfrac{a+\alpha}{2} = 2$

$\therefore\ a = 4 - \alpha$

$\dfrac{b+\beta}{2} = 1$

$\therefore\ b = 2 - \beta$

한편 점 (a, b) 가

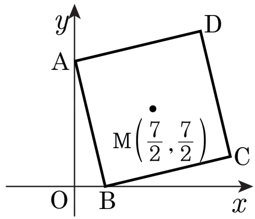
직선 $y = 2x + 1$ 위를 움직이므로

$b = 2a + 1$ 이고 $a = 4 - \alpha$ $b = 2 - \beta$ 를 대입하여 정리하면

$\beta = 2\alpha - 7$

$\therefore\ y = 2x - 7$

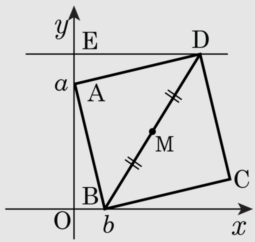
33. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD가 있다. 정사각형 ABCD의 중심 M의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$일 때, △OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

다음 그림과 같이 두 점 A, B의 좌표를 A$(0, a)$, B$(b, 0)$이라 하고 점 D를 지나면서



x축에 평행한 직선이 y축과 만나는 점을 E라 하면 △OAB ≡ △EDA

따라서 $\overline{AE} = \overline{BO} = b, \overline{DE} = \overline{AO} = a$

이므로 D$(a, a+b)$

이 때, 점 M은 선분 BD의 중점이므로

M$\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$

즉, $\frac{a+b}{2} = \frac{7}{2}$에서 $a+b=7$

또, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 5이므로

△OAB에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\sqrt{a^2+b^2} = 5, a^2+b^2 = 25$

$\therefore \triangle\mathrm{OAB} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}\left\{(a+b)^2 - \left(a^2+b^2\right)\right\}$

$= \frac{1}{4}\left(7^2 - 25\right) = 6$