1. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

① 45 ② 50 ③ 60 ④ 75 ⑤ 100

해설

$a = 5^2$, $b = 10^3$, $c = \frac{3}{2^3 \times 5}$, $bc - a = 75 - 25 = 50$

2. $8^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$\left(2^3\right)^{2x+1} = \left(2^{-1}\right)^{3-2x}$

$6x + 3 = -3 + 2x$

$4x = -6$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$

3. 자연수 A, B가 다음 식을 만족할 때, A, B를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A+B$의 최솟값을 구하여라.

$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B}$ (단, $\frac{1}{B}$ 은 유한소수)

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$가 유한소수이려면

A는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$이므로

(A, B)를 구하면 $(3,\ 20)$, $(6,\ 10)$, $(12,\ 5)$, $(15,\ 4)$이다.

따라서 $A+B$의 최솟값은 16이다.

4. $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.a\dot{b}c\dot{d}$ 일 때, $|a - b + c + d|$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900}$ 이므로

$a = 2, b = 1$

즉, $21cd - 21 = 2157$이므로

$21cd = 2157 + 21 = 2178$

$\therefore c = 7, d = 8$

$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$

5. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{13665}{99900}$ 이므로 $ab = 13$ 이다.

따라서 $13665 = abcde - 13$

$abcde = 13665 + 13$

$\therefore\ abcde = 13678$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 25$

6. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

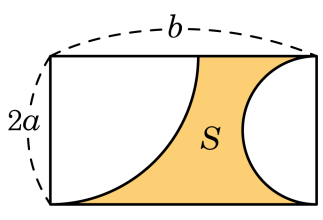
▶ 답:

▷ 정답: 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2\times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9 의 배수이므로 9 의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

7. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, S 의 값은? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $2ab - \frac{1}{2}a\pi$ ② $2ab - a^2\pi$ ③ $2ab - \frac{3}{2}a^2\pi$
④ $2ab - 2a^2\pi$ ⑤ $2ab - \frac{5}{2}a^2\pi$

해설

$$\begin{aligned} S &= 2ab - \frac{1}{4} \times \pi \times (2a)^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times a^2 \\ &= 2ab - a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi \\ &= 2ab - \frac{3}{2}a^2\pi \end{aligned}$$

8. 자연수 a, b에 대하여 $(x^ay)^4 = x^{12}y^b$인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$을 간단히 한 것은?

① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 에서 $a = 3,\ b = 4$ 이므로

$$\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$$

$$= \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right)^3 \times (xy)^4$$

$$= \frac{x^6y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12}y^6} \times \frac{x^4y^4}{1}$$

$$= -\frac{8y}{x^2}$$

9. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$

$2^{5x} = 2^{x+4}$

$\therefore x = 1$

10. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3} = (3^4)^3 = 3^{12} = 81^3$

$3^{x+3} = 3^{12}$ 에서 $x + 3 = 12$

$\therefore x = 9$

11. 다음 식이 성립하는 $x,\ y$ 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25},\ \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$\therefore x+4y=-2 \cdots ㉠$

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$\therefore -3x-3y=-3,\ x+y=1 \cdots ㉡$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x=2,\ y=-1$ 이므로

따라서 $2xy=-4$ 이다.

12. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16,\ 2^5 = 32, \cdots$ 이므로
2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 $2,\ 4,\ 8,\ 6$ 이 반복된다.
$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$
$3,\ 3^2 = 9,\ 3^3 = 27,\ 3^4 = 81,\ 3^5 = 243, \cdots$ 이므로
3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 $3,\ 9,\ 7,\ 1$ 이 반복된다.
$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$
$\therefore\ 2 \times 9 = 18$

13. X가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \cdots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
Y가 유한소수일때, X와 Y의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는 아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

14. 분수 $\frac{a}{45}$를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$이 된다고 한다. a가 두 자리의 자연수일 때, a, b의 값은?

① $a=45$, $b=3$　② $a=54$, $b=4$　③ $a=63$, $b=5$

④ $a=72$, $b=6$　⑤ $a=81$, $b=7$

해설

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times5}$가 유한소수이므로 a는 9의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{7}{b}$이므로, $a=9\times7=63$, $b=5$

15. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$	㉡ $3 \div 11$	㉢ $13 \div 50$
㉣ $5 \div 4$	㉤ $1 \div 3$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

16. $x_1 = 97,\ x_2 = \dfrac{2}{x_1},\ x_3 = \dfrac{3}{x_2},\ x_4 = \dfrac{4}{x_3},\ \cdots,\ x_{10} = \dfrac{10}{x_9}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \cdots \cdot x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \cdots \cdot x_{10}$

$= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10})$

$= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840$

17. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$

$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$

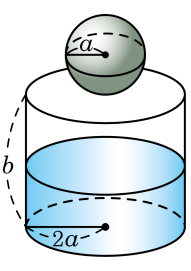
$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$

$3-p=-2 \quad \therefore p=5$

$7-q=1 \quad \therefore q=6$

$\therefore p+q=11$

18. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

(쇠공의 부피) $= \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$ 만큼 높아진다.

19. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

20. $\mathrm{A} = x^2 - 2x + 5,\ \mathrm{B} = 2x^2 + x - 3$ 일 때, $5\mathrm{A} - (2\mathrm{A} + \mathrm{B})$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x^2 - 5x + 8$
② $-3x^2 - 7x - 5$
③ $x^2 + 6x + 9$
④ $-x^2 + 10x - 22$
⑤ $x^2 - 7x + 18$

해설

(준식) $= 3\mathrm{A} - \mathrm{B}$
A, B 의 값을 대입하면
$3(x^2 - 2x + 5) - (2x^2 + x - 3) = x^2 - 7x + 18$