

1. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이라고 정의한다. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = x^{500} \times y!$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 502

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 \\ &= (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500) \\ &= 2^{500} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500) \\ &= 2^{500} \times 500! \\ \therefore x &= 2, y = 500 \\ \therefore x + y &= 502 \end{aligned}$$

2. 유리수 $x = \frac{n}{120}$ (n 은 120 미만의 자연수) 일 때, 순환소수로만 나타낼 수 있는 x 의 값의 개수는?

① 29 ② 47 ③ 63 ④ 80 ⑤ 97

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{120}$ 은 유한소수
 $119 \div 3 = 39 \cdots 2$
 $\therefore 119 - 39 = 80$

3. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은?

① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

4. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

5. 7의 배수가 아닌 자연수 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 정의한다. 임의의 k ($k \geq 4$)에 대하여 $\frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$, $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ... 와 같이

7의 배수가 아닌 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 는 소수점 아래 첫째 자리부터 여섯째 자리까지를 순환마디로 하는 순환소수이다.

따라서

$$f(k+3) = f(k-3), f(2k) = f(2k+6)$$

$$\therefore \frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)} = \frac{f(k+3)}{f(k-3)} \times \frac{f(2k)}{f(2k+6)} = 1 \times 1 = 1$$

6. $x = 0.8$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8$ 일 때 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

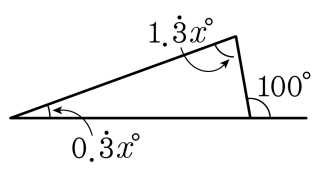
해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, \quad 9x+9 = 11, \quad x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

7. 다음 삼각형에서 x 의 값은?



- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.3x^\circ + 1.3x^\circ = 100^\circ$ 가 된다.

$$0.3x + 1.3x = \frac{3}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = 100^\circ$$

$$\frac{15}{9}x^\circ = 100, 15x^\circ = 900^\circ$$

$$\therefore x = 60$$

8. $\frac{1}{7}$ 은 순환소수이다. 소수점아래 10, 20, 30 번째 자리의 숫자를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c$ 가 나타내는 수는?

- ① 4.12 ② 5.21 ③ 2.15 ④ 8.24 ⑤ 8.47

해설

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 로 순환마디는 6 자리이므로
 $10 \div 6 = 1 \cdots 4$ 이므로 $a = 8$
같은 방법으로 $20 \div 6 = 3 \cdots 2$, $30 \div 6 = 5 \cdots 0$ 이므로 $b = 4$, $c = 7$
따라서 $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c = 8 + 0.4 + 0.07 = 8.47$ 이다.

9. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.9 - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

10. 정수, 자연수, 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐ ㉠ 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ☐ ㉡ 자연수와 순환소수의 곱은 순환소수이다.
- ☐ ㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ☐ ㉣ 자연수와 유한소수의 합은 순환소수이다.
- ☐ ㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

㉣ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.

㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

11. $4^{2a-1} \times 8^{a-2} = 16^{a+1}$ 을 만족하는 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(2^2)^{2a-1} \times (2^3)^{a-2} = (2^4)^{a+1}$$

$$4a - 2 + 3a - 6 = 4a + 4$$

$$\therefore a = 4$$

12. $4^x \times 2^{3x} = 16 \times 2^x$ 에서 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2^{2x} \times 2^{3x} = 2^{x+4}$ 이므로
 $2x + 3x = x + 4$
 $\therefore x = 1$

13. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x-4=5 \quad \therefore x=9$$

14. $243^5 \div 81^n = 27^3$ 일 때, n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(3^5)^5 \div 3^{4n} = 3^{25-4n} = 3^9$$

$$25 - 4n = 9$$

$$\therefore n = 4$$

15. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n-a+2b-c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

- ① -2 ② 0 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

해설

56 , 64 , 88 의 최대공약수는 8 이다.
따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.
그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

16. $f(x) = 2^x$ 이라고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(4) \times f(6) \div f(-3) = f(\text{})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} f(4) \times f(6) \div f(-3) &= 2^4 \times 2^6 \div \frac{1}{2^3} \\ &= 2^4 \times 2^6 \times 2^3 \\ &= 2^{13} \\ &= f(13) \end{aligned}$$

17. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의 숫자인 0이다.

18. A 가 양의 정수일 때, 한 변의 길이가 A 인 정육면체의 높이를 1만큼 짧게 했더니 부피가 648 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$648 = 2^3 \times 3^4$ 이고,
높이 A 를 1 만큼 짧게하면 높이는 $A - 1$
따라서 부피는 $A^2 \times (A - 1)$ 이다.

$$\begin{aligned} A^2 \times (A - 1) &= 2^3 \times 3^4 \\ &= (3^2)^2 \times 2^3 \\ &= 9^2 \times (9 - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore A = 9$$

19. $x = 2$, $y = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$ 을 정리하면

$$2x - \{7y - 2x - (x + 3y)\}$$

$$= 2x - (-3x + 4y)$$

$$= 5x - 4y$$

$$5x - 4y = 5 \times 2 - 4 \times (-1) = 14$$

20. $(a, b, c, d) = ac - bd$ 로 정의할 때, 다음 식을 간단히 하여라. 이 때, x^2 의 계수를 A , y^2 의 계수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$(x, y, 2x, y - 1) + (2x, 2y - x, -x, y) - (3x, y, y, 2 + y)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

기호의 정의에 따라

$$\begin{aligned} & (x, y, 2x, y - 1) + (2x, 2y - x, -x, y) - (3x, y, y, 2 + y) \\ &= 2x^2 - y(y - 1) + (-2x^2) - y(2y - x) - \{3xy - y(2 + y)\} \\ &= 2x^2 - y^2 + y - 2x^2 - 2y^2 + xy - 3xy + 2y + y^2 \\ &= -2y^2 + 3y - 2 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 0 이므로 $A = 0$, y^2 의 계수는 -2 이므로 $B = -2$ 이다.

$\therefore A + B = -2$

21. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$

22. $\frac{2x^2 + 7x - 15}{x + 5} = mx + n$ 일 때, 정수 m, n 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -5$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 2$

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$\frac{2x^2 + 7x - 15}{x + 5} = mx + n$$

양변에 $(x + 5)$ 를 곱하면

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x - 15 &= (mx + n)(x + 5) \\ &= mx^2 + (5m + n)x + 5n \end{aligned}$$

따라서 $m = 2, n = -3$

23. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\frac{5x^2}{2x^2 + 3y^2} - \frac{y^2}{3x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{17}{22}$

해설

$$x : y = 3 : 4$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5x^2}{2x^2 + 3 \times \frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2 - \frac{16}{9}x^2} \\&= \frac{5x^2}{\frac{22}{3}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2} \\&= \frac{3}{22} - \frac{16}{11} \\&= -\frac{17}{22}\end{aligned}$$

24. $a\%$ 의 설탕물 x g에 y g의 물을 더 부어 $b\%$ 의 설탕물이 되었다. y 를 a, b, x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x + y)}{100}$$

$$ax = b(x + y)$$

$$x + y = \frac{ax}{b}$$

$$\therefore y = \frac{ax}{b} - x$$

25. $\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 일 때, $(10xy - 15y^2) \div 5y^2$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 5

해설

$$(10xy - 15y^2) \div 5y^2 = \frac{2x}{y} - 3$$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ 은 $x = 2y$ 이므로 $\frac{4y}{y} - 3 = 1$ 이다.