

1. 일차부등식 $a(x-2) < 3(5x-3) + 12$ 의 해를 구하면? (단, $a < 15$)

① $x > \frac{2a-3}{a+15}$ ② $x < \frac{a-15}{2a+3}$ ③ $x > \frac{2a+3}{a-15}$
④ $x > \frac{a-15}{2a+3}$ ⑤ $x < \frac{2a+3}{a-15}$

해설

$$a(x-2) < 3(5x-3)+12, ax-2a < 15x-9+12, (a-15)x < 2a+3$$

$$\therefore x > \frac{2a+3}{a-15}$$

2. a, b, c 는 연속하는 3 개의 3 의 배수이다. $\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

a, b, c 가 연속하는 3 의 배수이므로 $b-3, b, b+3$ 으로 놓을 수 있다.

$$\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq (b-3) - (b+3) \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6 \leq \frac{84}{b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6, \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}$$

$$-6 \leq \frac{84}{b}, \frac{1}{b} \geq -\frac{1}{14}$$

$$\therefore -\frac{1}{14} \leq \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}, b = -12$$

따라서 $a = -15, c = -9$ 이므로

$$a + b + c = -15 - 12 - 9 = -36 \text{ 이다.}$$

3. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. 이 때, $n \times 9! \times 6! \times 3!$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$n \times 9! \times 6! \times 3!$$

$$\begin{aligned} &= n \times (9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &\quad \times (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \\ &= n \times 3^2 \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &\quad \times (2 \times 3) \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= n \times 2^{12} \times 3^7 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

$$\therefore n = 21$$

4. $-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 일 때, $6x - 5y$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 < 6x - 5y < -6$

해설

$-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$ 에서

$-\frac{4}{3} < x < \frac{2}{3}$, $-8 < 6x < 4 \cdots \textcircled{\text{A}}$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 에서

$2 < y \leq 5$, $-25 \leq -5y < -10 \cdots \textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{A}} + \textcircled{\text{B}}$ 을 하면 $-33 < 6x - 5y < -6$

5. $4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 일 때 $x - y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 1$

② $2x + 2$

③ $3x + 3$

④ $-4x + 4$

⑤ $5x + 5$

해설

$4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y = 5x - 2$ 이다.

$y = 5x - 2$ 를 $x - y + 2$ 에 대입하면 $x - (5x - 2) + 2 = -4x + 4$ 이다.

6. $3^m(3^n + 1) = 2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m \times n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$2430 = 243 \times 10 = 3^5 \times (3^2 + 1)$$

$$m = 5, n = 2$$

$$\therefore m \times n = 10$$

7. 분수 $\frac{7a}{130}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고 이 분수를 기약분수로 나타내면 분자는 4의 배수가 된다고 한다. 이 때, 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 104

해설

$\frac{7a}{130} = \frac{7a}{2 \times 5 \times 13}$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 가 13의 배수가 되어야 한다.

또한 분모에 소인수 2를 가지고 있으므로 기약분수로 만들었을 때, 분자가 4의 배수가 되려면 13과 8을 인수로 가지고 있어야 한다.

따라서 a 는 8과 13의 공배수 이어야 한다.

따라서 자연수 a 의 최솟값은 8과 13의 최소공배수이다.

$\therefore 8 \times 13 = 104$

8. 20% 설탕물 400 g에 설탕을 더 넣은 후, 더 넣은 설탕의 양만큼 물을 증발시켰다. 이 때, 농도가 50% 이상이 되게 하려면 최소 몇 g의 설탕을 더 넣어야 하는가?

① 60 g ② 80 g ③ 100 g ④ 120 g ⑤ 200 g

해설

더 넣은 설탕의 양을 x g이라 하면

$$\frac{20}{100} \times 400 + x \geq \frac{50}{100} \times 400$$

$$80 + x \geq 200$$

$$\therefore x \geq 120$$

9. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x + 2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

① -5 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54} \quad ; \quad 3^{1-a} = \frac{1}{27} \quad \therefore a = 4$$

$$4x - 3(x + 2) < b$$

$$x < b + 6 = 11$$

$$b = 5 \quad \therefore ab = 20$$

10. 어느 이동통신사에는 요금제 A 와 요금제 B 가 있다. 요금제 A 는 기본요금 16000 원에 10 초당 통화요금은 18 원이고, 요금제 B 는 기본요금 12000 원에 10 초당 통화요금은 x 원이다. 한 달에 70 분 통화하는 사람은 요금제 B 가 유리하고, 한 달에 90 분 통화하는 사람은 요금제 A 가 유리할 때, x 의 범위 $a < x < b$ 에 대하여, a, b 를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 25$

▷ 정답 : $b = 28$

해설

70분 = 4200초, 90분 = 5400초

1) 한 달에 70 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)= $16000 + 420 \times 18 = 23560$

(요금제 B)= $12000 + 420x$

따라서 $23560 > 12000 + 420x$

$\therefore x < \frac{578}{21} = 27.5\cdots$

2) 한 달에 90 분 통화하는 사람의 경우

(요금제 A)= $16000 + 540 \times 18 = 25720$

(요금제 B)= $12000 + 540 \times x$

따라서 $25720 < 12000 + 540 \times x$

$\therefore x > \frac{686}{27} = 25.4\cdots$

따라서 $25.4\cdots < x < 27.5\cdots$ 이므로

$a = 25, b = 28$ 이다.

11. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax+3 < 3a+x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax+3 < 3a+x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$