

1. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2 , 8 과 4 의 최대공약수는 4 , 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2,4,6 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 3,5,7 이다.

2. 다음 ㉠, ㉡의 수들의 최대공약수를 차례대로 적은 것은?

㉠ 33, 121 ㉡ 39, 65

- ① 3, 18 ② 11, 15 ③ 33, 13
- ④ 11, 13 ⑤ 11, 39

해설

㉠
$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 33 \ 121} \\ \underline{ 3 11} \\ 0 0 \end{array}$$

따라서 ㉠의 최대공약수는 11 이다.

㉡
$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 39 \ 65} \\ \underline{ 3 5} \\ 0 0 \end{array}$$

따라서 ㉡의 최대공약수는 13 이다.

3. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

4. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 5 \times 5 \times 7 \end{array}$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10 , 최소공배수 : 3150

해설

$$\begin{array}{l} \text{최대공약수 : } 2 \times 5 = 10 \\ \text{최소공배수 : } 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150 \end{array}$$

5. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

- ① 12 ② 24 ③ 40 ④ 108 ⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

6. 5로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6의 공배수보다 3만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6의 최소공배수는 30이므로 5, 6의 공배수는 30, 60, ... 이다.
따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

7. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

- ① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

8. $\frac{n}{20}, \frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

① 10

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20과 30의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

9. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수: $2 \times 3 \times 5$

10. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$

11. 두 수 $A = 2^3 \times 3^2$, $B = 2^3 \times 3 \times 5$ 에 대하여 A, B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

A, B 의 최대공약수가 $2^3 \times 3$ 이고 공약수는 최대공약수의 약수
이므로 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

12. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

㉠ 13 ㉡ 12 ㉢ 10 ㉣ 8 ㉤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

13. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

14. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

15. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

16. 가로, 세로의 길이가 각각 48 m, 32 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14 m ② 16 m ③ 18 m ④ 20 m ⑤ 22 m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

17. 사과 58 개와 귤 104 개를 뿔 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 부족하고, 귤은 6 개가 부족하다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 10명

해설

학생 수는 $58 + 2 = 60$, $104 + 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

18. 주영이는 6일에 한 번씩 수영장에 가고 선화는 4일에 한 번씩 수영장에 간다고 한다. 두 사람이 올해 1월 12일에 수영장에서 처음 만났다면 올해 몇 번 더 만날 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 번

▶ 정답 : 29번

해설

6과 4의 최소공배수가 12 이므로 12일마다 수영장에서 만나게 된다.

$$365 \div 12 = 30 \cdots 5$$

1년에 30번 만나게 되므로 앞으로 29번 더 만날 수 있다.

19. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

20. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

21. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로

$a = 14$, $b = 1470$ 이다.

따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

22. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}, \frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

23. A 가 12의 약수의 모임이고, B 가 어떤 수의 약수의 모임이다. A 와 B 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12와 어떤 수의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

어떤 수는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

24. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

25. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$
 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

26. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : 27 km

해설

6 과 8 의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다. 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 68} \\ \underline{34} \\ 34 \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$$

27. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

28. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8 \text{을 } 15 \text{로 나눈 나머지})=0$

29. 연필 28 개와 지우개 35 개모두를 가능한 한 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 7 명

▷ 정답 : 7 명

해설

28 와 35 의 최대공약수는 7 이다

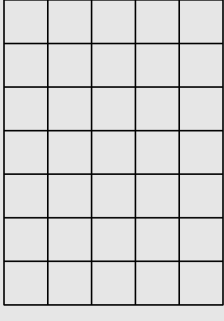
30. 가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이를 $a\text{cm}$, 필요한 타일의 개수를 b 장이라고 할 때, $a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려면, 가로와 세로의 최대공약수를 한 변으로 하는 정사각형을 구하면 된다. 180 과 252 의 최대공약수는 36 이므로, $\therefore a + b = 36 + 35 = 71$



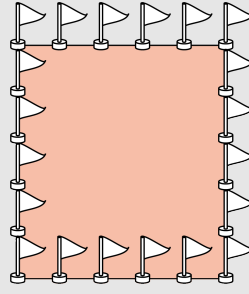
31. 가로 80m, 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우고자 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대 공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



32. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

33. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,
최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.