

1. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 일 때, $4x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow 2x-1 = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 = 3$$

2. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

3. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x + 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\x^2 + 2x + 1 &= (x + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2\end{aligned}$$

4. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$ ③ $x^2y + xy^2 = 1$

④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

5. $a - b = 3$ 일 때, $a^2 - 2ab + a + b^2 - b - 5$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 + a - b - 5 \\ &= (a - b)^2 + (a - b) - 5 \\ &= 3^2 + 3 - 5 = 7 \end{aligned}$$

6. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 에 $x = 3y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

7. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} \\ &= \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

8. $x = -1 + \sqrt{3}$ 일 때, $4x^2 + 8x + 4$ 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 + 8x + 4 &= 4(x^2 + 2x + 1) \\ &= 4(x + 1)^2 = 4(-1 + \sqrt{3} + 1)^2 \\ &= 4(\sqrt{3})^2 = 12 \end{aligned}$$

9. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ $2\sqrt{2} + 3$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$x - 1 = \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 8 &= (x^2 - 2x + 1) + 7 \\&= (x - 1)^2 + 7 \\&= (\sqrt{2})^2 + 7 \\&= 9\end{aligned}$$

10. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 8$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -7

④ 6

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\x^2 - 2x - 8 &= (x - 1)^2 - 9 \\&= (\sqrt{2})^2 - 9 \\&= 2 - 9 \\&= -7\end{aligned}$$

11. $x = 2 + 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - 1$ 일 때, $x^2 - 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 &= x^2 - (2y)^2 \\&= (x + 2y)(x - 2y) \\&= (2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2)(2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2) \\&= 4\sqrt{3} \times 4 \\&= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

12. $a + b = 1$, $ab = -6$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 1^2 - 2 \times (-6) \\ &= 1 + 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

13. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x - 3 = \sqrt{3}$$

양변에 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 3$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

14. $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $a^4 - \frac{1}{a^4}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $135\sqrt{29}$

해설

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 29$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$$

$$\begin{aligned}\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 \\ &= 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

15. $ax - by = 2\sqrt{3} + 3$, $bx - ay = 2\sqrt{3} - 3$ 일 때, $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax - by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 3)^2 - (-2\sqrt{3} + 3)^2 \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

16. $x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 4$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy \\ x^2 + y^2 - xy &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 4 \\ &= 12 - 12 \\ &= 0\end{aligned}$$

17. $a = \sqrt{2} + 1$, $b = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 \\ &= (a + b)(a - b) \\ &= (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1) \\ &= 2\sqrt{2} \times 2 \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

18. $a + b = 5$ 이고, $ax + bx - 2ay - 2by = 20$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} ax + bx - 2ay - 2by &= x(a + b) - 2y(a + b) \\ &= (a + b)(x - 2y) = 20 \end{aligned}$$

$$5 \times (x - 2y) = 20, \quad x - 2y = 4$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2 = 4^2 = 16$$

19. $a + b = 3$ 이고, $2ax + 2bx - 3ay - 3by = -18$ 일 때, $4x^2 - 12xy + 9y^2$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

해설

$$2ax + 2bx - 3ay - 3by = 2x(a + b) - 3y(a + b)$$

$$(2x - 3y)(a + b) = -18$$

$$2x - 3y = -6$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2 = 36$$

20. $x^2 - 5x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

해설

$x^2 - 5x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x - 5 - \frac{1}{x} = 0$ 이므로 $x - \frac{1}{x} = 5$ 이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$