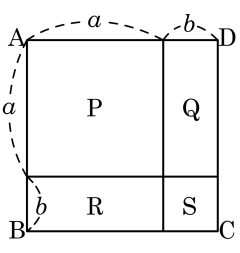
1. $\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y\right)^2 = ax^2+bxy+cy^2$ 일 때, 상수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{27}{16}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

해설

$$\left(\frac{3}{4}x\right)^2+2\times\frac{3}{4}x\times\left(\frac{1}{2}y\right)+\left(\frac{1}{2}y\right)^2$$
$$=\frac{9}{16}x^2+\frac{3}{4}xy+\frac{1}{4}y^2$$
$$\therefore\ a+b+c=\frac{9}{16}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{25}{16}$$

2. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 사각형 P, Q, R, S 의 넓이의 합과 같다. 이 사실을 이용하여 나타낼 수 있는 곱셈 공식을 골라라.



① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

정사각형 ABCD 의 넓이는 $(a+b)^2$ 이다.
P + Q + R + S 는 정사각형 ABCD 의 넓이와 같다.
$P = a^2$, $Q = ab$, $R = ab$, $S = b^2$ 이다.
따라서 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 이다.

3. $(4x-A)^2 = 16x^2 - Bx + 9$ 일 때, A, B 에 알맞은 자연수를 차례로 구하면?

① 4, 3 ② 4, 9 ③ 4, 16 ④ 3, 24 ⑤ 3, 9

해설

$(4x)^2 - 2 \times 4x \times A + A^2 = 16x^2 - 8Ax + A^2$

$= 16x^2 - Bx + 9$

$A^2 = 9$, $A = 3 (\because A$는 자연수)

$B = 8A = 24$

$\therefore A = 3$, $B = 24$

4. $(x+a)(x-4)=x^2-b^2$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $b>0$)

① -16 ② -8 ③ 2 ④ 8 ⑤ 16

해설

$(x+a)(x-4)=x^2+(a-4)x-4a=x^2-b^2$

$a-4=0$ 이므로 $a=4$

$b^2=4a=16$ 이므로 $b=4$ ($\because b>0$)

$\therefore\ a+b=4+4=8$

5. $(x-a)(2x+5)=2x^2-\dfrac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b>0$)

① -20 ② -15 ③ -10 ④ -5 ⑤ 0

해설

$$2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)=2x^2-2\left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$=2x^2-\frac{25}{2}$$

$a=\dfrac{5}{2},\ b=5$

$\therefore\ 2a-b=5-5=0$

6. $a^2=12$, $b^2=18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b\right)&=\left(\frac{1}{2}a\right)^2-\left(\frac{2}{3}b\right)^2\\&=\frac{1}{4}a^2-\frac{4}{9}b^2\\&=\frac{1}{4}\times12-\frac{4}{9}\times18\\&=3-8=-5\end{aligned}$$

7. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$을 전개하면?

① $x-1$ ② x^2-1 ③ x^4-1

④ x^2+1 ⑤ x^4+1

해설

$(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$

8. $(x-3)(x+3)(x^2+\square) = x^4-81$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① -3 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 18

해설

$(x^2-9)(x^2+9) = x^4-81$

9. $(x-2)(x^2+4)(x+2)$을 전개하면?

① x^2-16 ② x^2+4 ③ x^4-4

④ x^4-16 ⑤ x^4+4

해설

$(x-2)(x+2)(x^2+4) = (x^2-4)(x^2+4) = x^4-16$

10. $2\,(4+2)\left(4^2+2^2\right)\left(4^4+2^4\right)\left(4^8+2^8\right)=4^a-2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

$2=4-2$ 이므로

$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$

$=(4^8-2^8)(4^8+2^8)$

$=4^{16}-2^{16}$

$\therefore a+b=16+16=32$

11. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)=3^a+b$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$2=3-1$ 이므로

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^8-1)(3^8+1)$

$=3^{16}-1$

$a=16,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=15$

12. $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{7}\right)=x^2+ax+b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{5}{21}$ ② $-\frac{4}{21}$ ③ $-\frac{1}{21}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{4}{21}$

해설

$$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{7}\right)=x^2+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{7}\right)x+\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{7}$$
$$=x^2-\frac{4}{21}x-\frac{1}{21}$$
$$=x^2+ax+b$$

x 의 계수는 $-\frac{4}{21}$ 이고, 상수항은 $-\frac{1}{21}$ 이므로 $a+b$는 $\left(-\frac{4}{21}\right)+\left(-\frac{1}{21}\right)=-\frac{5}{21}$ 이다.

13. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx-3$ 이므로
$A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C=(1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1)=(-2,\ 2)$ 이다.

14. $\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 전개식에서 xy의 계수는?

① $\frac{22}{3}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{47}{6}$ ⑤ 8

해설

$\frac{1}{3}(2x-y)(3x+2y)$ 의 (xy 의 계수)$=\frac{1}{3}\{(-1)\times3+2\times2\}=\frac{1}{3}$ 이고,

$-\frac{3}{2}(x-2y)(4x+3y)$ 의 (xy 의 계수)$=-\frac{3}{2}\{(-2)\times4+1\times3\}=\frac{15}{2}$

이다.

따라서 주어진 식의 xy 의 계수는 $\frac{1}{3}+\frac{15}{2}=\frac{47}{6}$ 이다.

15. x 에 관한 이차식을 $2x+5$ 로 나누면 몫이 $3x+4$ 이고, 나머지는 1 이다. 이때, 이차식은?

① $3x^2+12x+1$ ② $3x^2+12x+11$

③ $6x^2+23x+20$ ④ $6x^2+27x+20$

⑤ $6x^2+23x+21$

해설

(나누어지는 수) = (나누는 수) × (몫) + (나머지) 이므로
(x 에 관한 이차식)= $(2x+5)\times(3x+4)+1 = 6x^2+23x+21$

16. $7(x+a)^2+(4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. $a,\ b$ 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2+2ax+a^2)+(4x^2-20x+bx-5b)$
$=11x^2+(14a-20+b)x+7a^2-5b$
x의 계수는 $14a-20+b=1$
$14a+b=21$
$\therefore a=1,\ b=7(\because a,\ b$는 자연수)
따라서상수항은 $7a^2-5b=7-35=-28$이다.

17. $(x-2y-1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x-2y-1)(x-2y-1)$
$= x^2-2xy-x-2xy+4y^2+2y-x+2y+1$
$= x^2-4xy+4y^2-2x+4y+1$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.
따라서 $A=1$, $B=-2$, $C=1$ 이다.
$\therefore A+B+C=1-2+1=0$

18. 세 모서리의 길이가 각각 $x+1$, $2x+1$, $2x-1$ 인 직육면체의 겉넓이를 나타낸 식은?

① $16x^2+8x-2$ ② $16x^2+8x+2$

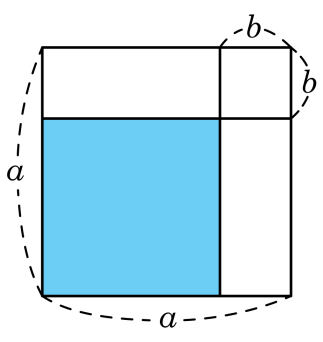
③ $16x^2-12x+4$ ④ $16x^2+12x-4$

⑤ $16x^2-8x+8$

해설

$2\times\{(x+1)(2x+1)+(2x+1)(2x-1)+(2x-1)(x+1)\}$
$=2(8x^2+4x-1)$
$=16x^2+8x-2$

19. 다음 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 a, b를 사용한 식으로 나타내면?



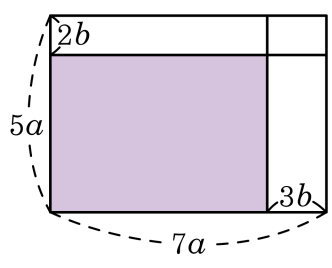
① $a^2 + 2ab + b^2$ ② $a^2 - 2ab + b^2$ ③ $a^2 - b^2$

④ $a^2 + b^2$ ⑤ $2ab$

해설

(색칠한 부분의 넓이)$= (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

20. 다음 그림과 같이 색칠한 부분의 직사각형의 넓이는?



① $25a^2+9b^2$ ② $25a^2-10ab+4b^2$

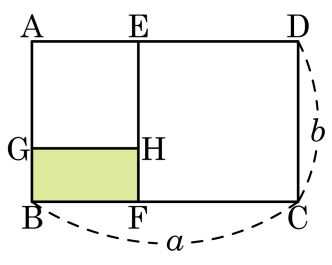
③ $35a^2-3ab+16b^2$ ④ $35a^2-21ab+6b^2$

⑤ $35a^2-29ab+6b^2$

해설

(직사각형의 넓이)
$=$ (가로) $\times$ (세로)
$=(7a-3b)(5a-2b)$
$=35a^2-29ab+6b^2$

21. 다음 직사각형 ABCD 에서 □AGHE , □EFCD 는 정사각형이고, $\overline{BC} = a$, $\overline{DC} = b$ 일 때, □GBFH 의 넓이는?(단, $b < a < 2b$)

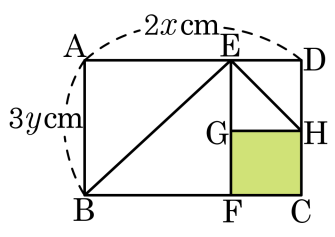


① $a^2 - 2b^2$
② $a^2 - 4b^2$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 6ab - 3b^2$
⑤ $-a^2 + 6ab - 2b^2$

해설

$\overline{BF}$ 의 길이는 $a - b$ 이다. □AGHE 가 정사각형이므로 $\overline{EH}$ 의 길이도 $a - b$ 이다.
따라서 $\overline{HF}$ 의 길이는 $b - (a - b) = 2b - a$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는 $(a - b)(-a + 2b) = -a^2 + 3ab - 2b^2$

22. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $2x$cm , 세로의 길이가 $3y$cm 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 정사각형 EGHD 를 잘라내었을 때, 남은 종이의 넓이를 x, y 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $4x^2 + 18xy + 18y^2$ ② $4x^2 - 18xy + 18y^2$

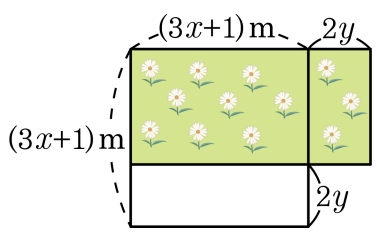
③ $4x^2 - 18xy - 18y^2$ ④ $-4x^2 - 18xy + 18y^2$

⑤ $-4x^2 + 18xy - 18y^2$

해설

$\overline{ED}$ 의 길이는 $2x - 3y$ 이다. □EGHD 가 정사각형이므로 $\overline{EG}$ 의 길이도 $2x - 3y$ 이다. 따라서 $\overline{GF}$ 의 길이는 $3y - (2x - 3y) = -2x + 6y$ 이다.
그러므로 색칠한 부분의 넓이는 $(2x - 3y)(-2x + 6y) = -4x^2 + 18xy - 18y^2$ 이 된다.

23. 철호네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $(3x+1)$m 인 정사각형의 꽃밭을 가로의 길이는 $2y$ m$(3x > y)$ 늘이고, 세로의 길이는 $2y$m 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



① $9x^2+1+4y^2+6x+4y+12xy(\mathrm{m}^2)$

② $9x^2+1+4y^2+6x-4y-12xy(\mathrm{m}^2)$

③ $9x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{m}^2)$

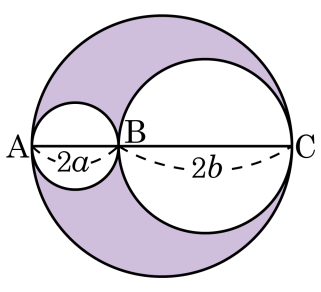
④ $6x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{m}^2)$

⑤ $9x^2+1+4y^2(\mathrm{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로의 길이는 $\{(3x+1)+2y\}$ m, 세로의 길이는 $\{(3x+1)-2y\}$ m 이다.
따라서 변화된 꽃밭의 넓이는
$\{(3x+1)+2y\}\{(3x+1)-2y\}$
$=(3x+1)^2-4y^2$
$=9x^2+6x+1-4y^2(\mathrm{m}^2)$

24. 다음 그림에서 $\overline{AC}$는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$일 때, 색칠한 부분의 넓이 S를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $S = \pi ab$ ② $S = 2\pi ab$ ③ $S = 4\pi ab$

④ $S = 8\pi ab$ ⑤ $S = 16\pi ab$

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (큰 원의 넓이) – (작은 두 원의 넓이)

$= \pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2)$

$= \pi(a+b)^2 - \pi(a^2+b^2)$

$= \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2)$

$= 2\pi ab$

25. $(2x-3)(2x+y-3)$을 전개한 것은?

① $4x^2-6x-3y+6$　② $4x^2-12x+2xy-3y+6$

③ $4x^2-12x+2xy-3y+9$　④ $4x^2-12x+6xy-3y+9$

⑤ $4x^2-12x+4xy-3y+9$

해설

$(2x-3)(2x-3+y)$에서 $2x-3=t$로 치환하면 $t(t+y)=t^2+ty$

$(2x-3)^2+(2x-3)y$

$=4x^2-12x+9+2xy-3y$

$=4x^2-12x+2xy-3y+9$

따라서 답은 ③번이다.

26. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$을 전개했을 때 x의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$x^2+x=t$라 하면
$(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=(t-2)(t-6)$
$=t^2-8t+12$
$=(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$
$=x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12$
$=x^4+2x^3-7x^2-8x+12$
$\Rightarrow x$의 계수 : -8

27. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$
$=\{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\}$
$2y-4z=A$로 치환하면
$(3x-A)(2x+A)$
$=6x^2+Ax-A^2$
$A=2y-4z$를 대입하면
$6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2$
$=6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2$
$\therefore xy$, yz , zx 각각의 계수의 합 : $2+16+(-4)=14$

28. $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -6 ② 6 ③ 12 ④ 18 ⑤ 23

해설

$(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$=\{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\}$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=x^4-13x^2+36$

$\therefore\ -13+36=23$

29. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
$= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

30. $x = a(a-6)$ 일 때, $(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$　② $x^2 - 6$　③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$　⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$x = a(a-6) = a^2 - 6a$

$(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$

$= \{(a-2)(a-4)\}\{(a-7)(a+1)\}$

$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$

$= (x+8)(x-7)$

$= x^2 + x - 56$

31. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용할 수 있는 곱셈 공식으로 적절하지 <u>않은</u> 것은?

① $91^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $597^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $103^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

④ $84 \times 75 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $50.9 \times 49.1 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

해설

④ $84 \times 75 = (80+4)(80-5)$
$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

32. 비례식 $\left(2x+\frac{2}{3}y\right) : (x-y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀면?

① $y = 2x$　② $y = -2x$　③ $y = x$

④ $y = -x$　⑤ $y = \frac{1}{2}x$

해설

$2(x-y) = 3\left(2x+\frac{2}{3}y\right)$

$2x-2y = 6x+2y, \quad -4y = 4x$

$\therefore \ y = -x$

33. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

① 198^2　② 101^2　③ 47×53

④ 101×103　⑤ 203×302

해설

① $198^2=(200-2)^2$
② $101^2=(100+1)^2$
③ $47\times 53=(50-3)(50+3)$
④ $101\times 103=(100+1)(100+3)$
⑤ $203\times 302=(2\times 100+3)(3\times 100+2)$

34. $x^2=(y-1)^2$, $y^2=-1$ 일 때, $(x-y-1)^4(x+y+1)^4$ 를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$(x-y-1)^4(x+y+1)^4=\{x-(y+1)\}^4\{x+(y+1)\}^4$
주어진 식에서 $y+1=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(x-A)^4(x+A)^4 &= \{(x-A)(x+A)\}^4\\ &= (x^2-A^2)^4\\ &= \{(y-1)^2-(y+1)^2\}^4\\ &= (-4y)^4\\ &= 256y^4\end{aligned}$$

$y^2=-1$ 이므로 $y^4=1$
$\therefore\ (x-y-1)^4(x+y+1)^4=256$

35. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$x - \frac{1}{x} = 2$,

$\therefore\ x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$