

1. $a+b+c=-1$, $ab+bc+ca=-6$, $abc=3$ 일 때, $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{3}$

해설

$$\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} \text{ 에서}$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$$

$$= (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2(ab^2c+abc^2+a^2bc)$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)$$

$$= (-6)^2 - 2 \times 3 \times (-1) = 42$$

$$\therefore \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

2. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$9-2ab=7$$

$$\therefore ab=1$$

$$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$$

3. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

① 52

② 56

③ 60

④ 72

⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\&= 9^2 - 3 \times 3 \\&= 72\end{aligned}$$

4. $a - b = -2$, $ab = 4$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 12

③ -4

④ -7

⑤ -15

해설

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \times 4 = 12$$

5. $x + y = 4$, $xy = -2$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \times (-2) \\&= 16 + 4 = 20\end{aligned}$$

6. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x + y)^{100}(x - y)^{102}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x + y)^{100}(x - y)^{100}(x - y)^2 \\ &= (x^2 - y^2)^{100}(x - y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 를 대입하면

$$(\text{주어진 식}) = (-1)^{100} \times 2^2 = 4$$

7. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$511 \times 511 - 510 \times 512 - 2$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a &= 511 \text{로 놓으면} \\ 511 \times 511 - 510 \times 512 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

8. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

9. $x = a(a + 5)$ 일 때, $(a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

㉠ $x^2 - 36$

㉡ $x^2 - 6$

㉢ $x^2 + 6$

㉣ $x^2 + 36$

㉤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a + 5) = a^2 + 5a \text{ 일 때,} \\ (a - 1)(a + 2)(a + 3)(a + 6) \\ &= \{(a - 1)(a + 6)\} \{(a + 2)(a + 3)\} \\ &= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6) \\ &= (x - 6)(x + 6) \\ &= x^2 - 36 \end{aligned}$$

10. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z=A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2+Ax-A^2 \\ & A=2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2 \\ &= 6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2+16+(-4)=14 \end{aligned}$$

11. $(x + 2y - 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

$x + 2y = A$ 라 하면

$$(x + 2y - 1)^2 = (A - 1)^2$$

$A^2 - 2A + 1$ 에 $A = x + 2y$ 를 대입하면

$$(x + 2y)^2 - 2(x + 2y) + 1 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y + 1$$

따라서 xy 의 계수는 4이고 y 의 계수는 -4이므로

$$A - B = 4 - (-4) = 8 \text{이다.}$$

12. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개했을 때 x 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ & x^2+x=t \text{라 하면} \\ & (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (t-2)(t-6) \\ &= t^2-8t+12 \\ &= (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ &= x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12 \\ &= x^4+2x^3-7x^2-8x+12 \\ & \Rightarrow x \text{의 계수 : } -8 \end{aligned}$$

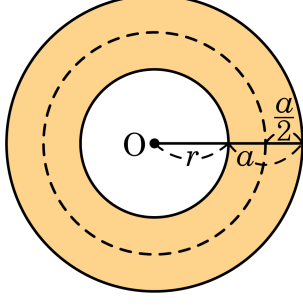
13. $(3x-2)(3x+2y-2)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

- ① -16 ② -12 ③ -8 ④ 4 ⑤ 10

해설

$(3x-2) = A$ 로 치환하면
(주어진 식) $= A \cdot (A+2y)$
 $= A^2 + 2Ay$
 $A = 3x-2$ 를 대입하면
 $(3x-2)^2 + 2(3x-2)y$
 $= 9x^2 - 12x + 4 + 6xy - 4y^2$
따라서 x 의 계수는 -12 이다.

14. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)

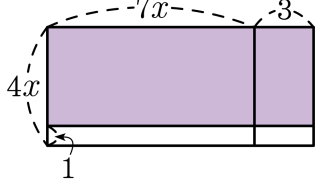


- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 $7x$, $4x$ 인 직사각형에서 가로의 길이는 3 만큼 늘이고 세로의 길이는 1 만큼 줄였다. 이 때, 색칠한 직사각형의 넓이는?

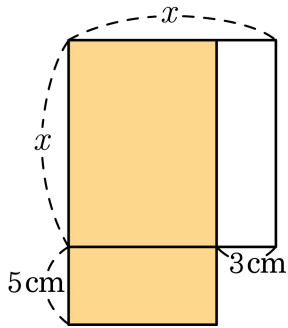


- ① $20x^2 - 5x - 3$ ② $20x^2 - 5x + 3$ ③ $20x^2 + 5x - 3$
④ $28x^2 + 5x - 3$ ⑤ $28x^2 + 5x + 3$

해설

$$(\text{넓이}) = (7x + 3)(4x - 1) = 28x^2 + 5x - 3$$

16. 다음 그림과 같은 색칠한 도형의 넓이는?



- ① $x^2 + 2x + 15$ ② $x^2 + 2x - 15$ ③ $x^2 - 2x - 15$
④ $x^2 + 3x - 15$ ⑤ $x^2 - 3x - 15$

해설

$$\begin{aligned} \text{(직사각형의 넓이)} &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (x - 3)(x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 15 \end{aligned}$$

17. $x^3 + y^3 + z^3 = 3$, $x + y + z = 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 일 때, xyz 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\&= 3^2 - 2(xy + yz + zx) = 2\end{aligned}$$

$$\therefore xy + yz + zx = \frac{7}{2}$$

$$\begin{aligned}x^3 + y^3 + z^3 &= (x + y + z) \{x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)\} + 3xyz \\&= 3 \left(2 - \frac{7}{2} \right) + 3xyz\end{aligned}$$

$$3 = 3 \left(2 - \frac{7}{2} \right) + 3xyz$$

$$3xyz = 3 + \frac{9}{2}$$

$$\therefore xyz = \frac{5}{2}$$

18. $(2x + ay)^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(2x + ay)^2 &= 4x^2 + 4axy + a^2y^2 \\ 4x^2 + 4axy + a^2y^2 &= bx^2 + cxy + 9y^2 \\ \therefore b &= 4 \\ a^2 &= 9 \\ \therefore a &= 3 (\because a > 0) \\ 4a &= c \\ \therefore c &= 12 \\ a - b + c &= 3 - 4 + 12 = 11\end{aligned}$$

19. $7(x+a)^2 + (4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & 7(x^2 + 2ax + a^2) + (4x^2 - 20x + bx - 5b) \\ &= 11x^2 + (14a - 20 + b)x + 7a^2 - 5b \\ & x \text{의 계수는 } 14a - 20 + b = 1 \\ & 14a + b = 21 \\ & \therefore a = 1, b = 7 (\because a, b \text{는 자연수}) \\ & \text{따라서 상수항은 } 7a^2 - 5b = 7 - 35 = -28 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

20. 다음 식의 전개할 때 x 의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x+4)^2$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $(3x+1)^2$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

해설

① $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$

③ $(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

④ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$

⑤ $(3x+5)(2x-7)$

$= 6x^2 - 21x + 10x - 35$

$= 6x^2 - 11x - 35$

따라서 x 의 계수가 가장 큰 것은 ①이다.

21. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5) = 6x^2+cx-10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$(3x+a)(bx+5) = 3bx^2 + (15+ab)x + 5a$$

$$3bx^2 + (15+ab)x + 5a = 6x^2 + cx - 10$$

$$3b = 6 \quad \therefore b = 2$$

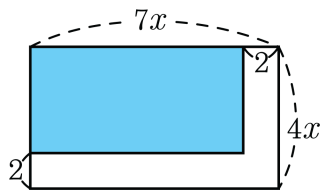
$$5a = -10 \quad \therefore a = -2$$

$$15+ab = c, \quad 15+(-2) \times 2 = 15-4 = 11$$

$$\therefore c = 11$$

$$\therefore a+b+c = (-2) + 2 + 11 = 11$$

22. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?

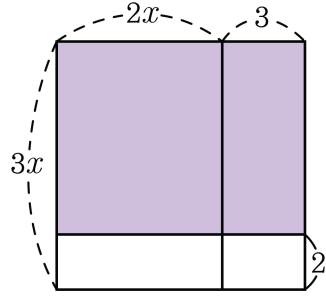


- ① $28x^2 + 22x + 4$ ② $28x^2 - 12x + 4$
③ $28x^2 - 22x + 4$ ④ $10x^2 - 22x + 4$
⑤ $11x^2 - 12x - 4$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $7x - 2$, 세로의 길이는 $4x - 2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(7x - 2)(4x - 2) = 28x^2 - 22x + 4$

23. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $6x^2 + 5x - 6$ ② $4x^2 + 12x + 9$ ③ $9x^2 - 12x + 4$
④ $6x^2 - 5x + 6$ ⑤ $4x^2 - 5x + 6$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $2x+3$, 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(2x+3)(3x-2) = 6x^2 + 5x - 6$ 이다.

24. $\left(2x - \frac{1}{3}\right)\left(4x + \frac{1}{2}\right)$ 을 전개하였을 때, x 의 계수는?

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 2 ⑤ 8

해설

x 의 계수는 $2 \times \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) \times 4 = -\frac{1}{3}$ 이다.

25. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

26. $-3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5)$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

① -3

② -2

③ $-\frac{1}{2}$

④ 5

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} & -3(x+3)(x-2) + \frac{1}{2}(x-3)(x+5) \\ &= -3(x^2+x-6) + \frac{1}{2}(x^2+2x-15) \\ &= -3x^2-3x+18 + \frac{1}{2}x^2+x-\frac{15}{2} \\ &= -\frac{5}{2}x^2-2x+\frac{21}{2} \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -2 이다.

27. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것은?

① $(x+7)(x-5) = x^2 - 2x - 35$

② $(x-2)(x-3) = x^2 + 6$

③ $(x+3)(x+4) = x^2 + x + 12$

④ $\left(x - \frac{2}{7}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right) = x^2 - \frac{31}{35}x + \frac{6}{35}$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$

해설

① $(x+7)(x-5) = x^2 + 2x - 35$

② $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$

③ $(x+3)(x+4) = x^2 + 7x + 12$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

28. $(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -4 ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+\left(-3+\frac{1}{2}\right)x+(-3)\times\frac{1}{2}=x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2},$$

x 의 계수는 $-\frac{5}{2}$ 이고, 상수항은 $-\frac{3}{2}$ 이므로

그 합은 $\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-4$ 이다.

29. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a+b &= 15 \end{aligned}$$

30. $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$ 을 간단히 하면?

① 63

② 65

③ 127

④ 129

⑤ 255

해설

$$\begin{aligned}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) &= (2^4-1)(2^4+1) \\ &= 2^8-1 \\ &= 256-1=255\end{aligned}$$

31. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ 을 전개하면?

① $x-1$

② x^2-1

③ x^4-1

④ x^2+1

⑤ x^4+1

해설

$$(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$$

32. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = x^2 - 9$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

해설

① $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

② $(-3+x)(-3-x) = 9 - x^2$

③ $(-2a+4)(2a+4) = -4a^2 + 16$

④ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

⑤ $\left(y + \frac{1}{5}\right)\left(y - \frac{1}{5}\right) = y^2 - \frac{1}{25}$

33. $(x-y)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

① $(x+y)^2$

② $(-x+y)^2$

③ $-(x+y)^2$

④ $-(x-y)^2$

⑤ $(-x-y)^2$

해설

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

① $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

② $(-x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

③ $-(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$

④ $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$

⑤ $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

34. $(x+A)^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{81}$ 에서 A, B 의 값으로 가능한 것을 모두 고르면?

① $A = \frac{1}{9}, B = \frac{2}{9}$

② $A = \frac{1}{9}, B = \frac{1}{9}$

③ $A = -\frac{1}{9}, B = \frac{1}{3}$

④ $A = \frac{1}{9}, B = -\frac{1}{9}$

⑤ $A = -\frac{1}{9}, B = -\frac{2}{9}$

해설

$$(x+A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{81}$$

$A^2 = \frac{1}{81}$ 이므로 $A = \frac{1}{9}$ 일 때 $B = \frac{2}{9}$, $A = -\frac{1}{9}$ 일 때 $B = -\frac{2}{9}$ 이다.

35. $(-3x-4)^2$ 을 전개하였을 때, x 의 계수는?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$(-3x-4)^2 = (3x+4)^2$
 $= 9x^2 + 24x + 16$
따라서 x 의 계수는 24이다.