

1. $2^a = 8$, $7^b = 343$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$2^3 = 8$, $7^3 = 343$ 이므로 $b - a = 0$ 이다.

2. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① $36, 66$

② $21, 49$

③ $25, 52$

④ $34, 51$

⑤ $18, 94$

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2이다.

3. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 5$

③ 2×3^2

④ 2×3^3

⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

4. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 12, 18의 공배수는 의 배수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

12의 배수는 12, 24, 36, 48, ... 이고,
18의 배수는 18, 36, 54, ... 이므로 12와 18의 공배수는 36, 72,
108, ... 이다.
따라서 36의 배수이다.

5. 세 자연수 15, 20, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

- ① 15 ② 80 ③ 120 ④ 164 ⑤ 210

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 15, 20, 24 의 공배수이다. 그 중에서 가장 작은 수는 세 수의 최소공배수이므로 15, 20, 24 의 최소공배수는 120 이다.

6. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,
 $G \times L = A \times B$
 $810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.
 $\therefore (\text{최소공배수}) = 90$

7. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

9. $3^x \times 5^2 \times 20$ 의 약수의 개수가 72 일 때, x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3^x \times 5^2 \times 20 = 2^2 \times 3^x \times 5^3$ 이므로
약수의 개수는
 $(2+1) \times (x+1) \times (3+1) = 72$ (개)
 $\therefore x = 5$

10. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② $2, 2 \times 3$
③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ $2, 2 \times 5$
⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

13. 지은이와 지연이가 운동장 한 바퀴를 도는데 각각 15 분, 18 분이 걸린다. 이와 같은 속력으로 출발점을 동시에 출발하여 같은 방향으로 운동장을 둘 때, 지은이와 지연이는 몇 분 후 처음으로 출발점에서 다시 만나게 되는가?

① 30 분 ② 50 분 ③ 60 분 ④ 80 분 ⑤ 90 분

해설

15와 18의 최소공배수는 90이므로 두 사람은 90분 후 처음으로 출발점에서 다시 만난다.

14. 두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$ 와 $a^b \times c^2$ 의 최대공약수가 $3^3 \times 5$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 일 때, a, b, c 의 값을 차례로 구하면? (단, $a < b < c$ 인 소수)

① 2, 3, 4

② 2, 3, 5

③ 3, 4, 5

④ 3, 4, 7

⑤ 4, 5, 7

해설

두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$, $a^b \times c^2$ 에 대하여
최대공약수가 $3^3 \times 5$ 이고 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 이므로
 $\therefore a = 3, b = 4, c = 5$

15. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n 은 2×5 이다.

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

16. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

17. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

18. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

19. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2 \text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2 \text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2 \text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

20. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서 $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.