

1. $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}, y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}\frac{5}{36} &= x - \frac{3}{9} \\ \therefore x &= \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36} \\ \frac{13}{36} &= y + \frac{3}{9} \\ \therefore y &= \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36} \\ \frac{x}{y} &= \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17\end{aligned}$$

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$(A * B) * B = (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로}$$

$$(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5)$$

$$= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20$$

$$= -3x^2 - 16x + 22$$

3. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A 를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$\therefore A = y - x$

4. x 에 대한 일차방정식 $14x + 1 = a$ 의 해를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 된다고 한다. 이때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$14x + 1 = a, \quad x = \frac{a-1}{14} = \frac{a-1}{2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $a-1$ 은 14보다 작은 7의 배수

$$\therefore a = 8$$

5. 순환소수 $0.\dot{3}\dot{7} = 34 \times a$, $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times b$ 일 때, a , b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $a = 0.\dot{0}\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
- ② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
- ③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$
- ④ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
- ⑤ $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

해설

$$0.\dot{3}\dot{7} = \frac{34}{90} = 34 \times a$$

$$a = \frac{1}{90} = 0.0\dot{1}$$

$$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times b$$

$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

6. 일차부등식 $(b-1)x^2+ax-bx>3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a<1$)

① $x < 1$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b = 1$ 이다.

따라서 $ax - x > 3(a - 1)$ 이 되어 $(a - 1)x > 3(a - 1)$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x < 3$

7. 일차부등식 $\frac{x-a}{3} \geq x-a$ 를 만족하는 자연수 x 의 값이 3개가 되도록 하는 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-a}{3} &\geq x-a \\ x-a &\geq 3x-3a \\ 2a &\geq 2x \\ x &\leq a \\ \text{자연수 } x \text{의 값이 3개이므로} \\ 3 &\leq a < 4 \\ \therefore a &= 3\end{aligned}$$

8. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로
 $3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$
 $\therefore n = 12$

9. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

10. $-2 < x < 3$ 일 때, $A = -3x - 2$ 이다. A 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-11 < A < 4$

해설

$-2 < x < 3$ 의
각각의 변에 -3 을 곱하면 $-9 < -3x < 6$
각각의 변에 -2 를 더하면 $-11 < -3x - 2 < 4$ 이다.
따라서 A 의 범위는 $-11 < A < 4$ 이다.

11. $a > 3$, $b < 2$ 일 때, $3a - 2b$ 의 값의 범위에 해당하는 수는?

① -1

② 0

③ 3

④ 5

⑤ 13

해설

$a > 3$ 의 양변에 3 을 곱하면 $3a > 9$

$b < 2$ 의 양변에 -2 를 곱하면 $-2b > -4$

두 식을 더하면 $3a - 2b > 5$ 이므로

범위에 해당하는 수는 13 뿐이다.

12. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $ab > 0$ 이고 a, b 는 서로소이다.
이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{120}{9y+z}$ 일 때,
 $x + 2y + 3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{36+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{36+x}{9} = \frac{120}{9y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(36+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{108+3x}{27} = \frac{120}{9y+z}$$

$$108+3x=120$$

$$\therefore x=4$$

$$9y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=9$$

$$x+2y+3z=4+4+27=35$$

13. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$

② $-\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{3}$

④ $-\frac{16}{3}$

⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

14. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x-6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

15. ‘무게가 3kg 인 물건 x 개를 500g 인 바구니에 담아 전체 무게를 재었더니 15kg 를 넘지 않았다.’를 부등식으로 나타내면?

① $3x + 500 < 15$

② $3\left(x + \frac{1}{2}\right) < 15$

③ $3x + \frac{1}{2} < 15$

④ $3x + 500 < 15000$

⑤ $3x + \frac{1}{2} \leq 15$

해설

전체 무게는 $\left(3x + \frac{1}{2}\right)$ kg

$\therefore 3x + \frac{1}{2} \leq 15$

16. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$

② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$

④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots \textcircled{㉡} \text{이라 하면}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$$5 < -b < 7 \cdots \textcircled{㉢} \text{이다.}$$

따라서 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉢}$ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

17. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.
 $-3 < -a \leq -2$
 $\therefore 2 \leq a < 3$

18. 순환소수 $3.45\overline{7}$ 의 소수점 아래 100번째 자리의 숫자를 a , 순환소수 $0.234\overline{5}$ 의 소수점 아래 100번째 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$3.45\overline{7}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개

$100 = 3 \times 33 + 1$ 이므로 $a = 4$

$0.234\overline{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 2개

$100 - 2 = 2 \times 49$ 이므로 $b = 5$

$\therefore a + b = 9$

19. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$ 에서

$$3^x \times \frac{1}{3} + 3^x + 3^x \times 3 = 117$$

$$\left(\frac{1}{3} + 1 + 3\right) \times 3^x = 117$$

$$\frac{13}{3} \times 3^x = 117$$

$$3^x = 27$$

$$\therefore x = 3$$

20. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

21. $5^{x+1}(2^{x+1} + 2^x)$ 을 간단히 하면?

① $5x^{10}$

② $10x^{10}$

③ 10^{x+1}

④ $10 \times 10^{x+1}$

⑤ 15×10^x

해설

$$\begin{aligned} &5^{x+1}(2^{x+1} + 2^x) \\ &= 5^x \times 5 \times (2 \times 2^x + 2^x) \\ &= 5 \times 5^x \times 3 \times 2^x \\ &= 15 \times (5 \times 2)^x \\ &= 15 \times 10^x \end{aligned}$$

22. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

23. $1.\dot{3} + 3\left\{\frac{2}{3} + \left(0.\dot{5} - \frac{7}{9}\right)\right\} - 0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$

② $1.\dot{6}$

③ $1.\dot{7}$

④ $1.\dot{8}$

⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{13-1}{9} + 3\left\{\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9}\right)\right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\dot{7}\end{aligned}$$