

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

3. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

4. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

5. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$\frac{72}{x} = \frac{2^3 \times 3^2}{x}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 $x = 2, x = 2 \times$

$3^2, x = 2^3, x = 2^3 \times 3^2$ 이다.

3의 배수가 되지 않아야 하므로 $x = 2 \times 3^2, x = 2^3 \times 3^2$ 중 작은 자연수는 $x = 2 \times 3^2 = 18$ 이다.

6. $63 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^2 \times 7 \times a = b^2$$

가장 작은 $a = 7$,

$$3^2 \times 7 \times 7 = 3^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 3 \times 7 = 21$$

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{3^2 \times 7^2}{7^2} = 9$$

7. $2^3 \times 3 \times 7$ 와 180의 공약수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$ 이다.

8. 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 16

② 24

③ 56

④ 72

⑤ 120

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고, 40과 a 의 공약수가 8의 약수와 같으므로 두 수의 최대공약수는 8이어야 한다.

40과 16, 40과 24, 40과 56, 40과 72의 최대공약수는 8이다. 한편, 40과 120의 최대공약수는 40이므로 120은 a 의 값이 될 수 없다.

9. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수

㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로

$24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로

50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$$\therefore 8 + 4 = 12$$

10. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지) $= 0$

11. 천을 가공하는 공장에서 가로, 세로의 길이가 각각 60cm, 90cm 인 천을 남는 부분 없이 정사각형 모양의 조각으로 자르려고 한다. 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 하려고 할 때, 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 30 cm

해설

자르려고 하는 정사각형 모양의 합판의 한 변의 길이는 60 과 90의 공약수이다.

그런데 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 한다고 했으므로 한 변의 길이는 60 과 90 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 60 \quad 90} \\
 3 \overline{) 30 \quad 45} \\
 5 \overline{) 10 \quad 15} \\
 \hline
 2 \quad 3
 \end{array}
 \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

12. 가로, 세로의 길이가 각각 72cm, 168cm 인 천을 남김없이 사용하여 같은 크기의 정사각형 모양의 손수건을 만들려고 한다. 가능한 한 큰 손수건을 만들 때, 손수건의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 24cm

해설

72 와 168 의 최대공약수는 24 이므로 가장 큰 손수건의 한 변의 길이는 24cm 이다.

$$2 \overline{) 72 \quad 168}$$

$$2 \overline{) 36 \quad 84}$$

$$2 \overline{) 18 \quad 42}$$

$$3 \overline{) 9 \quad 21}$$

$$3 \quad 7$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

13. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

① 9

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12

12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12 = 22$ 이다.

14. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

15. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

16. 가로 길이와 세로 길이, 높이가 각각 8cm, 18cm, 6cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가?

▶ 답: 개

▷ 정답: 432 개

해설

8, 18, 6 의 최소공배수는 72 이므로
(필요한 벽돌의 수)
 $= (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6)$
 $= 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개})$

17. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$

18. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12, 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x + 24$ 명이라고 하면
(두 수의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) 이므로
 $12 \times 36 = x \times (x + 24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.