

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $\sqrt{-3}$ 이다.
- ㉡ $\sqrt{25}$ 는 5이다.
- ㉢ 제곱근 16은 4이다.
- ㉤ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.
- ㉥ $x^2 = a$ 이면 $x = \sqrt{a}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$
- ㉡ $(-3)^2 = 9$ 의 제곱근은 ± 3
- ㉥ $x^2 = a$ ($a > 0$)이면, $x = \pm \sqrt{a}$

2. 196의 제곱근을 각각 x , y 라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9의 제곱근은 ± 3 이다.

3. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근) $= \pm \sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근) $= \pm \sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) $= \pm \sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

4. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-7a)^2}$ 을 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-7a$

해설

$$\sqrt{(-7a)^2} = \sqrt{49a^2} = 7|a| = -7a$$

5. $\frac{6^{10}}{12^5} = \sqrt{9^a}$, $\sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} = 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 14$

해설

$$\frac{6^{10}}{12^5} = \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^5 \times 2^5 \times 3^5} = 3^5 = \sqrt{(3^2)^5} = \sqrt{9^5}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10}}{8^4}} = \sqrt{8^6} = \sqrt{(8^3)^2} = 8^3 = 2^9$$

$$a = 5, b = 9 \text{ 이므로 } a + b = 5 + 9 = 14$$

6. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2} = -\sqrt{25a^2} + |4a| = -|5a| + |4a| = -a$$

7. $0 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(2-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 4$

② $2a + 4$

③ $-2a - 4$

④ $2a - 4$

⑤ $-2a$

해설

$0 < a < 2$ 이면

$-2 < a - 2 < 0$, $0 < 2 - a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(2-a)^2}$$

$$= |a-2| + |2-a|$$

$$= -(a-2) + 2-a = -2a+4$$

8. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x+3 < 2(x+1) \text{ , } x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1 - x \\ &= -x - 1 + 1 - x \\ &= -2x\end{aligned}$$

9. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

11. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?

- ① 60 ② 116 ③ 155 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
 $54-x =$ 완전제곱수가 되어야 한다.
 $54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
 $\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$

12. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

13. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

- ① $2\sqrt{7}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{4}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

14. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

15. 다음의 두 식 A, B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$
$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$
$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$
$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

16. 부등식 $\sqrt{5} < 2x - 1 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$(\sqrt{5} + 1) \div 2 < x < (\sqrt{27} + 1) \div 2$
1. $\times \times \times < x < 3. \times \times \times$
 $\therefore x = 2, 3$

17. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

18. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$
 $7 < 2a+3b < 15$
 $b=1$ 일 때, $a=3, 4, 5$
 $b=2$ 일 때, $a=1, 2, 3, 4$
 $b=3$ 일 때, $a=1, 2$
 $b=4$ 일 때, $a=1$
 $\therefore$ 10개

19. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$3 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$9 \leq x < 16$$

$$\therefore x = 9, 10, \dots, 15 \text{ (7 개)}$$

20. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ 0.4
㉤ 0.049	㉥ $\frac{3}{5}$	㉦ 0.01

① ㉡, ㉢

② ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}, \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}, (0.1)^2 = 0.01$$

$$0.049 = \frac{49}{1000} \text{ 이므로 제곱근은 } \pm \frac{7}{10\sqrt{10}} \text{ 이 되어 무리수이다.}$$

따라서 ㉡, ㉢, ㉥이다.

21. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

22. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기		
㉠ $-\frac{1}{4}$	㉡ π	㉢ $0.\dot{2}$
㉣ $\sqrt{2}-1$	㉤ $\sqrt{5}$	㉥ $\sqrt{2^4}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.

π , $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.

따라서 무리수는 3 개이다.

23. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$

② $x^2 = \frac{81}{49}$

③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

24. $a = -\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$a^2, (-a)^2, a^3, (-a)^3, \sqrt{3}a, \sqrt{3}+a, \frac{a}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}-a, 3a$

- ① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$a^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3 : \text{유리수}$
$$(-a)^2 = \{ -(-\sqrt{3}) \}^2 = 3 : \text{유리수}$$
$$a^3 = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$(-a)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3 : \text{유리수}$$
$$\sqrt{3}+a = \sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = 0 : \text{유리수}$$
$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1 : \text{유리수}$$
$$\sqrt{3}-a = \sqrt{3}-(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$3a = 3 \times (-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$

25. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수
- ③ 유한소수

④ 순환소수
- ⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

26. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{9}$ 는 무리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 무리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.

해설

- ① $\sqrt{9}$ 는 유리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수 중 비순환소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 유리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에 무리수가 아닌 수도 있다.
예) $\sqrt{4} = 2$

27. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
- ㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.
- ㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

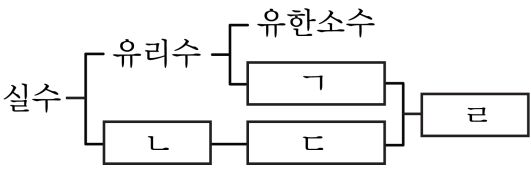
28. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{9}$ 는 자연수이다.
- ② π 는 자연수이다.
- ③ $\sqrt{12}$, $\frac{\sqrt{8}}{2}$, $-\sqrt{0.1}$ 는 모두 무리수이다.
- ④ 4는 유리수도 무리수도 아니다.
- ⑤ $1 - \sqrt{7}$ 는 무리수이다.

해설

- ② π 는 무리수이다.
- ④ 4는 유리수이다.

29. 다음은 실수를 분류한 표이다. □안에 들어갈 말로 바르게 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)

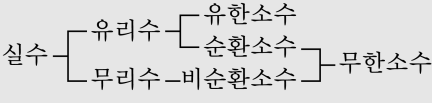


- ① 가. 비순환소수

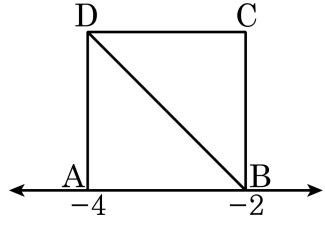
② 나. 무리수
- ③ 다. 무한소수

④ 라. 순환소수
- ⑤ 르. 무한소수

해설



30. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4π

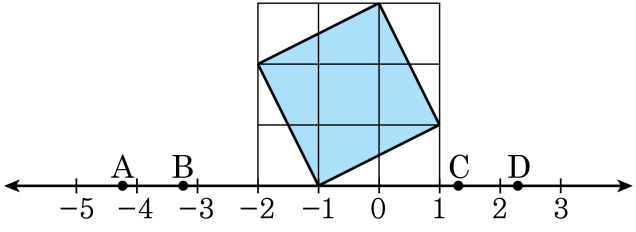
해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

31. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

$$\begin{aligned} -3 &< -\sqrt{5} < -2 \\ -4 &< -1 - \sqrt{5} < -3 \end{aligned}$$

32. 다음 중 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응하는 수는?

- ① 자연수 ② 정수 ③ 무리수
④ 유리수 ⑤ 실수

해설

연속성을 갖는 수는 실수뿐이며 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응을 이루는 수는 실수이다.

33. 다음은 $a = 3\sqrt{2} + 1$, $b = 2\sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으면?

$$\begin{aligned} a - b &= (3\sqrt{2} + 1) - (2\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1 \end{aligned}$$

- ① $a > b$
- ② $a \geq b$
- ③ $a < b$
- ④ $a \leq b$
- ⑤ $a = b$

해설

$\sqrt{18} + 1 > \sqrt{12}$ 이기 때문에 $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$ 의 값 또한 0 보다 크다.

a 와 b 의 대소 관계를 구할 때, $a - b$ 의 값이 양수이면 $a > b$ 이고, 음수이면 $a < b$ 이므로

정답은 $a > b$ 이다.

34. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로}$$

$$a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27}$$

$$> 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

35. 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{2} + 1$ 사이의 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{3} + 0.09$, $\sqrt{3} + 0.5$, $\sqrt{2} + 0.5$
 $\sqrt{2} + 0.09$, $\sqrt{2} + 0.9$, $\sqrt{3} + 0.7$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$
 $\sqrt{3} < x < \sqrt{2} + 1 \rightarrow 1.732 < x < 2.414$
 $\sqrt{2} + 0.09 \approx 1.414 + 0.09 = 1.504$
 $\sqrt{3} + 0.7 \approx 1.732 + 0.7 = 2.432$