

1. A 가 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

유한소수를 기약분수로 나타내려면 분모의 소인수가 2나 5 뿐이어야 한다.

분모의 소인수가 2나 5가 되려면 x 값은 1, 2, 4, 5, 8, 10 이 된다.

2. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $0.\dot{7} = \frac{7}{10}$

② $1.\dot{3}\dot{2} = \frac{131}{99}$

③ $3.\dot{4} = \frac{34}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \frac{13}{30}$

⑤ $2.35\dot{4} = \frac{2211}{990}$

해설

① $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

② $1.\dot{3}\dot{2} = \frac{131}{99}$

③ $3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

⑤ $2.35\dot{4} = \frac{2354 - 235}{900} = \frac{2119}{900}$

3. 다음 수 중에서 1 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 1.1

㉡ 1.01

㉢ 1.01

㉣ 1.01

① ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢

② ㉡ → ㉠ → ㉣ → ㉢

③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡

④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣

⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 1.1111...

㉡ 1.0111...

㉢ 1.010101...

㉣ 1.01

∴ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠의 순서이다.

4. 다음 중 옳은 것은?

① $4 \times (-2)^3 = 32$

② $(-2)^2 \times (-2)^2 = -16$

③ $(-2)^2 \times (-8) = -32$

④ $9 \times 3^2 = 3^3$

⑤ $(-3) \times (-3)^3 = -3^4$

해설

① $4 \times (-2)^3 = 4 \times (-8) = -32$

② $(-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)^4 = 16$

③ $(-2)^2 \times (-8) = 4 \times (-8) = -32$

④ $9 \times 3^2 = 3^2 \times 3^2 = 3^4$

⑤ $(-3) \times (-3)^3 = (-3)^4 = 3^4$

5. 식 $(x^2)^4 \times y^3 \times x \times (y^3)^2$ 을 간단히 하면?

① $x^{10}y^9$

② x^9y^{10}

③ x^9y^9

④ x^8y^9

⑤ x^8y^8

해설

$$x^8 \times y^3 \times x \times y^6 = x^9 \times y^9$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $2x^6 \times 3x^2 = 6x^8$

② $(3a^2)^3 = 9a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -6xy^6$

④ $48a^2x^3 \div 8ax^2 = 6ax$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^2$

해설

② $(3a^2)^3 = 3^3(a^2)^3 = 27a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -2 \times 3 \times x^3 \times y^2 = -6x^3y^2$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^{10-5} = 5a^5$

7. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6\end{aligned}$$

$$a^3 \times (-1)^b = -8, 2 + b = c, 3 + b = 6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$$

8. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{3}{7}x^4 \times \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$$

① $-\frac{x^6}{y}$

② $-\frac{x^4}{y^2}$

③ $\frac{x^4}{y^2}$

④ $\frac{x^6}{y}$

⑤ $\frac{x^6}{y^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{7}x^4 \times \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) \\ &= \frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) \\ &= -\frac{x^6}{y} \end{aligned}$$

9. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ -1은 자연수가 아니다.
- ㉡ 3은 정수가 아니다.
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣ -1.23은 유리수가 아니다.
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ -1은 음의 정수
- ㉡ 3은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수

즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

10. 다음 분수 중 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{3}{14}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{9}{22}$

⑤ $\frac{7}{125}$

해설

10의 거듭제곱의 꼴로 나타내기 위해서는 기약 분수의 분모의 소인수가 2 또는 5만 있어야 한다.

$$\textcircled{5} \quad \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3} = \frac{7 \times 2^3}{5^3 \times 2^3} = \frac{56}{10^3}$$

11. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $2.\dot{9}$

② $4.\dot{6}$

③ $5.\dot{0}\dot{9}$

④ $1.\dot{9}$

⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

12. 다음 중 순환소수 $x = 1.3\dot{2}7$ 를 분수로 고치는데 필요한 가장 적당한 식은?

① $100x - x$

② $100x - 10x$

③ $1000x - 10x$

④ $1000x - 100x$

⑤ $10000x - 100x$

해설

$x = 1.327$ 에서 $x = 1.3272727\cdots$

$$\begin{array}{r} 1000x = 1327.2727\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 13.2727\cdots \\ \hline 990x = 1314 \end{array}$$

등식의 성질에 의해 $1000x - 10x = 1314$

이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

13. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 이린이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{1}$ 이 되었고, 나연이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{4}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{10}{99}$

② $\frac{11}{99}$

③ $\frac{12}{99}$

④ $\frac{13}{99}$

⑤ $\frac{14}{99}$

해설

$$\text{이린 : } 0.\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{99},$$

$$\text{나연 : } 0.1\dot{4} = \frac{14 - 1}{90} = \frac{13}{90}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{나연이가 본 분자})}{(\text{이린이가 본 분모})} = \frac{13}{99} = A \text{ 이다.}$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수이다.
- ② 모든 정수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 유리수와 유리수가 아닌 것으로 나타내어진다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수와 순환소수는 유리수이다.

해설

- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수이다.

15. $2^n = A$, $3^n = B$ 일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$ 을 A , B 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-\frac{B^3}{A^3}$

② $-\frac{B^4}{A^2}$

③ $\frac{B^2}{A^3}$

④ $\frac{B^4}{A^2}$

⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2 \times 3)^n \\&= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\&= \frac{3^{3n}}{2^{2n} \times 2^n \times 3^n} \\&= \frac{3^{2n+n}}{2^{2n+n}} \\&= \frac{3^{3n}}{(2^n)^3} \\&= \frac{B^2}{A^3}\end{aligned}$$

16. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} 4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17} \end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

17. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

18. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{10}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{30}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

x 는 $15 < x < 21$ 인 3의 배수이므로 18이다.

19. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

20. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.