1. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위원이라고 한다.

2. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.
- ② 짝수인 소수가 있다.
- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.
- ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
- ④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.
- ⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

3. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

4. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $45 = 3^2 \times 5$

㉡ $28 = 2^2 \times 7$

㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$

㉣ $512 = 2^9$

㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$

㉥ $96 = 2^5 \times 3$

① ㉠,㉡,㉢,㉣

② ㉡,㉢,㉣,㉥

③ ㉠,㉡,㉣,㉥

④ ㉡,㉣,㉤,㉥

⑤ ㉠,㉢,㉣,㉥

해설

㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

5. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

6. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(a+1) = 12$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

7. 12, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

8. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

9. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 어떤 수를 15로 나누면 7이 남는 수 중 100에 가장 가까운 수는?

- ① 90 ② 92 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.
 $k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.
따라서 100에 가장 가까운 수는 97이다.

12. 다음 중 3의 배수인 것은?

- ① 124 ② 263 ③ 772 ④ 305 ⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

13. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

14. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$\frac{72}{x} = \frac{2^3 \times 3^2}{x}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 $x = 2, x = 2 \times 3^2, x = 2^3, x = 2^3 \times 3^2$ 이다.

3의 배수가 되지 않아야 하므로 $x = 2 \times 3^2, x = 2^3 \times 3^2$ 중 작은 자연수는 $x = 2 \times 3^2 = 18$ 이다.

15. $2^2 \times 5^2 \times a^2$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a 는 2, 5 를 제외한 소수이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 27 개

해설

$$(2+1) \times (2+1) \times (2+1) = 27(\text{개})$$

16. $2^3 \times 3 \times 7$ 와 180의 공약수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$2^3 \times 3 \times 7$ 과 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$ 이다.

17. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

18. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A , B , C , D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 18 ② 36 ③ 72 ④ 90 ⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A , B , C , D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 72 의 배수이다.

19. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

20. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

21. 천을 가공하는 공장에서 가로, 세로의 길이가 각각 60cm, 90cm 인 천을 남는 부분 없이 정사각형 모양의 조각으로 자르려고 한다. 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 하려고 할 때, 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 30cm

해설

자르려고 하는 정사각형 모양의 합판의 한 변의 길이는 60 과 90 의 공약수이다.

그런데 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 한다고 했으므로 한 변의 길이는 60 과 90 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 60 \ 90 \\ 3) \ 30 \ 45 \\ 5) \ 10 \ 15 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

22. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면?

- ① 9 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12
12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12 = 22$
이다.

23. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개}) \text{ 이다.}$$

24. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = 2^3 \times 3 \times 5 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} : 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

25. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$