1. 연립방정식 $2x - 3y = 7$, $4x - y = 9$ 의 해 (x, y) 를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & \dots \textcircled{1} \\ 4x - y = 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2 = a, y = -1 = b$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x + 1 \cdots \text{①} \\ x - 2y = 3 \cdots \text{②} \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

▷ 정답: $y = -2$

해설

$\begin{cases} y = 3x + 1 \cdots \text{①} \\ x - 2y = 3 \cdots \text{②} \end{cases}$ 에서 ①을 ②에 대입하면

$$x - 2(3x + 1) = 3$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore y = 3 \times -1 + 1 = -2$$

따라서 $x = -1, y = -2$ 이다.

3. 다음 중에서 해가 $(-1, 1)$ 인 연립방정식을 모두 고르면?(정답 2개)

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + 3y = 2 \\ -6x + 7y = 13 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} -4x + y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 2x - 2y = 5 \\ \frac{x-y}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 0.3x + 0.5y = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 4x - 7y = -11 \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

해설

② $x = -5, y = 9$

③ $x = 0, y = 0$

⑤ 해가 없다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=9 \\ ax-by=3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$ax-by=3$ 은 $x+2y=9$ 와 같아야 한다. $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$

$$a-b = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

5. 자연수 x, y 가 있다. 이 두 수의 합은 33 이고, 큰 수를 작은 수로 나누면 몫이 4 이고, 나머지가 3인 두 정수가 있다. 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 6

해설

큰 수를 x , 작은 수를 y

$$\begin{cases} x + y = 33 \cdots \textcircled{1} \\ x = 4y + 3 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②식을 ①식에 대입하면

$$4x + 3 + y = 33$$

$$5y = 30$$

$$y = 6, x = 27$$

6. 50 원짜리와 100 원짜리 동전을 합하여 15 개를 모았더니 1000 원이 되었다. 50 원짜리 동전의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

50 원짜리 동전 x 개, 100 원짜리 동전 y 개를 모았다고 하면

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 50x + 100y = 1000 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 10$, $y = 5$ 이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by = -1 \\ bx-ay = 3 \end{cases}$ 을 푸는데 잘못하여 계수 a, b 를 서로

바꾸어 놓고 풀었더니 $x=2, y=1$ 이 되었다. 처음 주어진 연립방정식의 해를 구하면?

① $x=1, y=2$

② $x=-1, y=-2$

③ $x=-2, y=-1$

④ $x=1, y=-2$

⑤ $x=2, y=1$

해설

$$\begin{cases} ax+by = -1 \\ bx-ay = 3 \end{cases} \text{에 } a, b \text{를 바꾸면}$$

$$\begin{cases} bx+ay = -1 \\ ax-by = 3 \end{cases}$$

이 식에 $x=2, y=1$ 을 대입하면

$$\begin{cases} (b \times 2) + (a \times 1) = -1 \\ (a \times 2) - (b \times 1) = 3 \end{cases}$$

$$a=1, b=-1$$

$$\begin{cases} x-y = -1 \\ -x-y = 3 \end{cases}$$

$$x=-2, y=-1$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 2(x-3y)+2y=0 \\ 2x-(x-y)=6 \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x=4, y=2$ ② $x=3, y=1$
③ $x=-1, y=-2$ ④ $x=4, y=-1$
⑤ $x=-2, y=4$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots \textcircled{1} \\ x+y=6 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면 $3y=6 \therefore y=2$

$y=2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $x+2=6 \therefore x=4$

9. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{7}{12}$, $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = \frac{1}{3}$ 에 대하여 (x, y) 가 연립방정식의 해인 것은?

- ① (1, -3) ② (-1, 2) ③ (4, 5)
④ (2, -1) ⑤ (1, -1)

해설

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{7}{12} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = \frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 7 \cdots \text{㉠} \\ 3x + y = 2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ - ㉡을 하면 $x = 1, y = -1$ 이다.
따라서 (1, -1)이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} x-5y=-3 \\ x-3y=a \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $x=2y$ 인 관계를 만족할 때, a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x=2y$ 를 첫 번째 식에 대입하면,
 $2y-5y=-3y=-3 \rightarrow y=1, x=2$
이것을 두 번째 식에 대입 : $2-3=a$
 $\therefore a=-1$

11. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$4x - y = 8 = -4x + 5y$$

① $(1, 4)$

② $(3, 4)$

③ $(-2, 3)$

④ $(-3, 1)$

⑤ $(-1, -2)$

해설

$$\begin{cases} 4x - y = 8 \\ -4x + 5y = 8 \end{cases}$$

두 식을 변끼리 더하면 $4y = 16$, $y = 4$ 이므로 $x = 3$ 이다.
따라서 순서쌍으로 나타내면 $(3, 4)$ 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} (a-2)x+3y=2 \\ 21x-9y=-6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

해설

첫 번째 식에 $\times(-3)$ 을 하면 $-3(a-2)x-9y=-6$ 이 되고 이것이 두 번째 식과 완전히 일치해야 하므로 $-3(a-2) = 21$ 이다. 따라서 $a-2 = -7$ 이므로 $a = -5$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ y = bx - 1 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a, b 의 값의 조건으로 알맞은 것은?

① $a \neq 2, b = \frac{3}{2}$

② $a \neq 1, b = 3$

③ $a = 2, b = 1$

④ $a \neq -2, b = -\frac{3}{2}$

⑤ $a = -1, b = -2$

해설

연립방정식의 해가 없어야 하므로
두 번째 식의 양변에 2를 곱하면 $2y = 2bx - 2$ 이고
이 식을 첫 번째 식에 대입하면, $3x - 2bx + 2 = a$ 이다.
그런데 이 식이 $0 \cdot x = k (k \neq 0)$ 꼴이 되어야 하므로
 $3 - 2b = 0, a - 2 \neq 0$ 이다.
따라서 $a \neq 2, b = \frac{3}{2}$ 이다.

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+ay=9 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{-2}{a} = \frac{3}{9} \text{ 이므로 } a = -6$$

17. 어느 공원의 산책로 길이 11km 이다. 이 길을 처음에는 시속 3km 로 걷다가 도중에 시속 12km 로 뛰었더니 총 2 시간 40 분이 걸렸다. 이때, 뛰는 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 4 km

해설

시속 3km 로 걸어 간 거리 xkm , 시속 12km 로 달려 간 거리 ykm 라고 하면,

$$\begin{cases} x+y=11 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{12}=\frac{160}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=11 & \dots \textcircled{1} \\ 4x+y=32 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면 $x=7$ 이다. x 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $y=4$ 이다. 따라서 달린 거리는 4km 이다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{15}{4}x - y = a \\ \frac{x-y}{4} - \frac{y}{8} + 2 = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 y 의 값이 x 의 값의 2배일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

y 의 값이 x 의 값의 2배이므로 $y = 2x$ 이다.

이것을 두 번째 식에 대입하여 정리하면

$-4x = -16$, $x = 4$ 이다.

따라서 $x = 4$, $y = 8$ 을 첫 번째 식에 대입하면 $\frac{15}{4} \times 4 - 8 = 15 - 8 = 7$ 이다.

19. 연립방정식 $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 0.5a - 0.25b = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} a + 2b = 5 & \dots \textcircled{1} \\ 0.5a - 0.25b = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{2} \times 4 \text{를 하여 정리하면 } b =$$

$$2a \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } a + 4a = 5$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

20. 둘레의 길이가 400m 인 트랙을 A,B 두 사람이 같은 지점에서 동시에 반대 방향으로 출발하면 20초후에 만나고, 동시에 같은 방향으로 달리면 1분 40초 후에 다시 만난다고 한다. A,B 두 사람의 속도 (m/s)을 순서대로 구하시오. (단, B는 A보다 빠르다고 한다)

▶ 답: $\frac{m}{s}$

▶ 답: $\frac{m}{s}$

▷ 정답: $8\frac{m}{s}$

▷ 정답: $12\frac{m}{s}$

해설

A 속도 $x\text{ m/s}$, B 속도 $y\text{ m/s}$ 라 하면
A,B 두 사람이 같은 지점에서 동시에 반대 방향으로 트랙을 돌아서 처음 서로 만났다 하는 것은 20초 동안 두 사람이 달린 거리의 합은 트랙의 둘레의 길이와 같다는 것이다.

따라서 $20x + 20y = 400 \dots \textcircled{A}$ 이다.

A,B 두 사람이 같은 지점에서 같은 방향으로 달려서 처음 서로 만났다 하는 것은 1분 40초 동안 B가 달린 거리와 A가 달린 거리의 차가 트랙의 둘레의 길이와 같다는 것과 같다.

따라서 $100y - 100x = 400 \dots \textcircled{B}$ 이다.

$\textcircled{A}$ 의 양변을 20으로 나누고

$\textcircled{B}$ 의 양변을 100으로 나눈 다음 연립 방정식을 풀면

$$x + y = 20$$

$$x - y = -4$$

위의 두 식을 빼면 $2y = 24$

$$y = 12, x = 8$$

$\therefore$ A 속도 8 m/s , B 속도 12 m/s