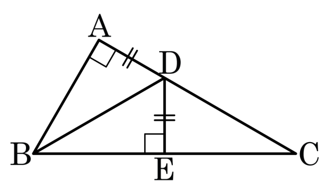
1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 변 $\overline{AC}$ 위의 한 점 D 에서 변 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 E 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이면, $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선임을 증명할 때, 이용되는 합동 조건은?



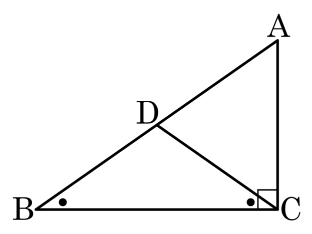
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle A = \angle E = 90^\circ$
$\overline{AD} = \overline{ED}$
$\overline{BD}$ 는 공통
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ (RHS 합동)
$\therefore \angle ABD = \angle DBE$

2. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



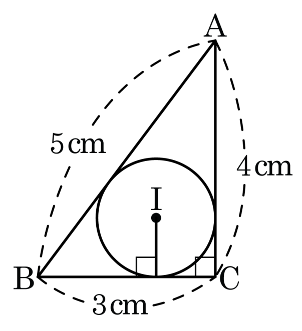
> $\angle B =$ $\boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
> 따라서 $\overline{BD} =$ $\boxed{(나)}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD +$ $\boxed{(다)}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로
> $\angle ACD = 90^\circ -$ $\boxed{(라)}$ 이다.
> 그런데 $\angle B =$ $\boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$　② (나) : $\overline{BC}$　③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$　⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로 $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



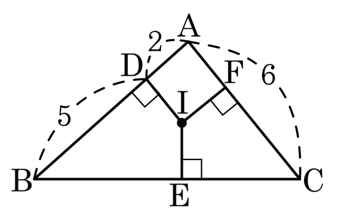
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

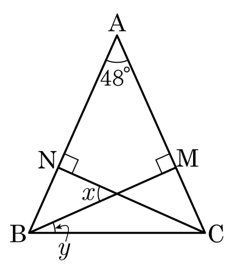


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 48°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

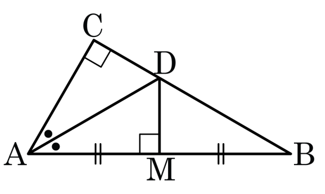


① 72°　② 76°　③ 80°　④ 84°　⑤ 88°

해설

$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$(RHA 합동)
$\triangle BMC$ 에서, $\angle MCB = 66°,\ y = 24°$,
$\angle MCN = 66° - 24° = 42° \therefore x = 180° - (42° + 90°) = 48°$
따라서 $\angle x + \angle y = 48° + 28° = 72°$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?

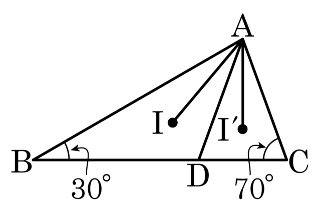


① 26°　② 28°　③ 30°　④ 32°　⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{MD}$ 는 공통$\cdots$ ㉡
$\overline{AM} = \overline{BM} \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$(SAS합동)
$\therefore \angle DAM = \angle B \cdots$ ㉣
$\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \cdots$ ㉤
㉣,㉤에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$
$\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90°$ 이므로 $3\angle B = 90°$ $\therefore \angle B = 30°$

7. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$, $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 40 °

해설

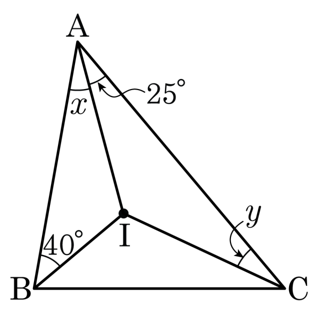
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80°$ 이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40°$

8. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\angle x = 25$ °

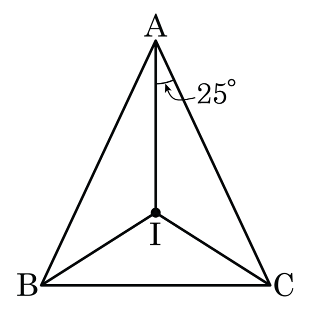
▷ 정답 : $\angle y = 25$ °

해설

$\angle x = \angle \mathrm{IAC} = 25°$

$\angle y = 90° - (25° + 40°) = 25°$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$일 때, $\angle BIC$의 크기는?

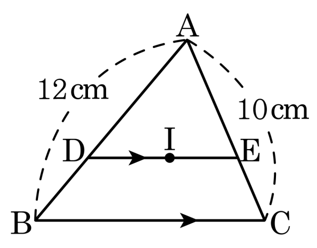


① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$이다.
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle CAI = 25^\circ$ 이면 $\angle BAI = 25^\circ$이다.
$\angle A = \angle BAC = 50^\circ$
$\therefore\ \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

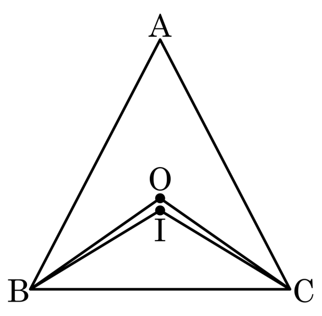


① 20cm ② 21cm ③ 22cm ④ 23cm ⑤ 24cm

해설

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10=22(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 110°$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



① 166°　② 168.5°　③ 170°

④ 172.5°　⑤ 178°

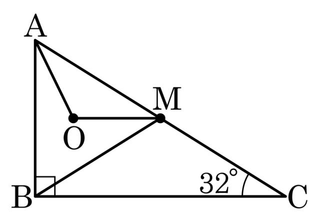
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 110°$, $\angle A = 55°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 55° + 90° = 117.5°$ 이다.

따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5° + 55° = 172.5°$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\angle C = 32°$ 인 삼각형 ABC 의 외심이 M 이고, 삼각형 ABM 의 외심을 O 라 할 때, $\angle AOM$ 의 크기를 구하여라.



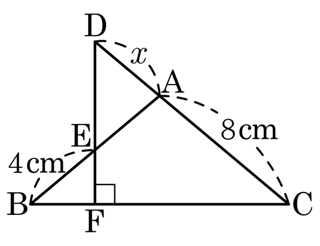
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : 116°

해설

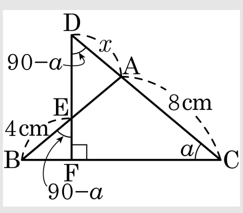
외심이 선분 AC 위에 있으므로 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이며 점 M 은 선분 AC 의 중점임을 알 수 있다.
$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로
$\angle C = \angle MBC = 32°$
$\therefore\ \angle ABM = 90 - 32 = 58°$
점 O 가 삼각형 ABM 의 외심이므로
$\therefore\ \angle AOM = 2\angle ABM = 116°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



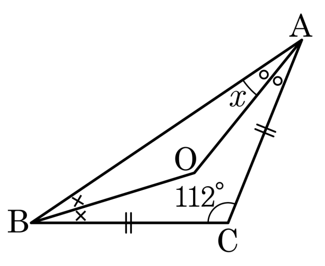
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90-a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90-a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4+x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

14. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

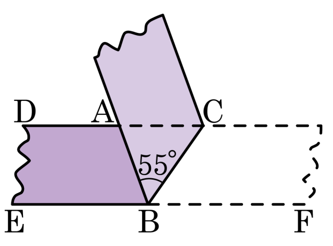


① 15° ② 16° ③ 17° ④ 18° ⑤ 19°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$
그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 112° = 68°$
$\therefore \angle x = 17°$

15. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 55°$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $55°$인 것을 모두 고르면?



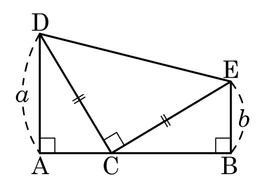
① $\angle ABE$　　② $\angle DAB$　　③ $\angle ACB$

④ $\angle CAB$　　⑤ $\angle CBF$

해설

① $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 55° - 55° = 70°$
② $\angle DAB = 180° - \angle CAB = 180° - 70° = 110°$
③ $\angle CBF = \angle ACB = 55°$ (엇각)
④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle CAB = 180° - 55° - 55° = 70°$
⑤ 종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle CBF = 55°$

16. 다음 그림에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ADC = \angle ECB$　　② $\angle CDE = \angle CEB$

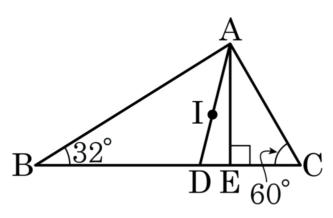
③ $\overline{AB} = \overline{DA} + \overline{EB}$　　④ $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$

⑤ $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b)^2$

해설

$\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC + \angle ACD = 90°$
또한, $\angle DCE = 90°$ 이므로 $\angle ACD + \angle ECB = 90°$
$\therefore\ \angle ADC = \angle ECB \cdots\cdots$ ㉠
$\triangle ACD$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle A = \angle B = 90° \cdots\cdots$ ㉡
$\overline{DC} = \overline{CE} \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)
즉, $\overline{AC} = \overline{EB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{DA} + \overline{EB} = a + b$
또, $\square ABED = \frac{1}{2}(a+b)\times\overline{AB} = \frac{1}{2}(a+b)\times(a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 14°

해설

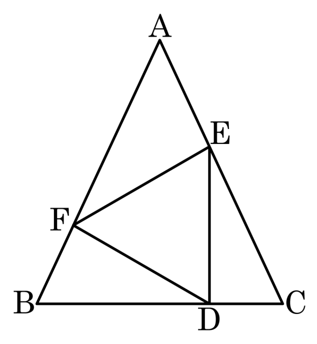
$\angle A = 180° - (32° + 60°) = 88°$

$\angle DAC = \dfrac{1}{2} \times 88° = 44°$

$\angle EAC = 30°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 44° - 30° = 14°$

18. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

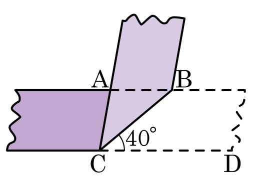
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60°$ $\quad \therefore \ \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°$, $65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore \ \angle DEC = 25°$

19. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : $100\underline{°}$

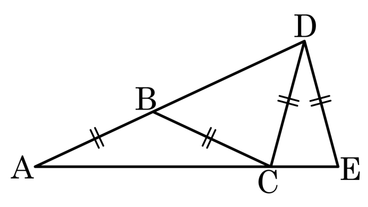
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 80°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{AD}, \overline{AE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답: 25°

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle BAC = \angle BCA = \angle x, \angle CBD = \angle CDB = 2\angle x, \angle DCE = \angle DEC = 3\angle x$

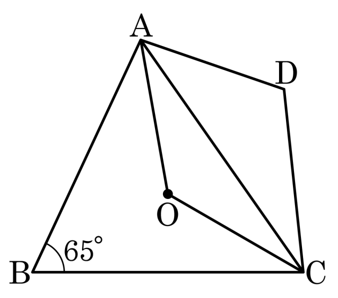
$\triangle ADE$ 에서

$\angle DAE + \angle DEA + 80° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 100°$

$\angle x = 25°$

21. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이면서 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.

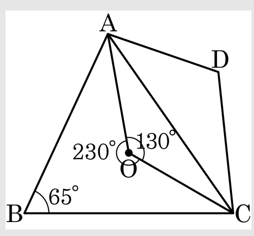


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 115°

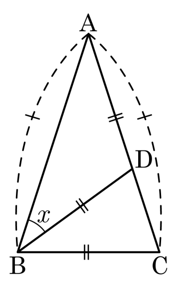
해설

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130^{\circ}$



$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230^{\circ} = 115^{\circ}$

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}°$

▷ 정답 : $36°$

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$

$\overline{BD} = \overline{BC}$이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$

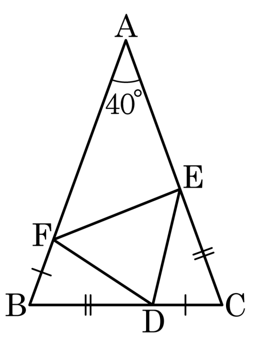
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$

$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$이므로

$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$

따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$이다.

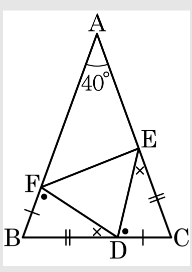
23. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 40°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 위에 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 가 되도록 점 D, E, F 를 잡은 것이다. 이 때, $\angle DEF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 55°

해설



$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{CD} = \overline{BF}$ 이고, $\angle B = \angle C$ 이므로

$\triangle BDF \equiv \triangle CED$ ($\because$ SAS 합동)

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$ 이므로

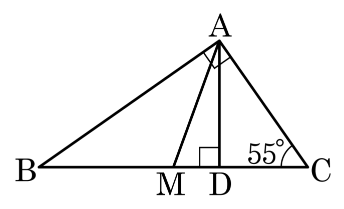
$$\begin{aligned} \angle EDF &= 180° - (\angle BDF + \angle CDE) \\ &= 180° - (\angle BDF + \angle BFD) \\ &= \angle B \end{aligned}$$

$\therefore \angle EDF = \angle B = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

$\overline{DF} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DEF = \dfrac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

24. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle \mathrm{C} = 55°$ 일 때, $\angle \mathrm{AMB} - \angle \mathrm{DAM}$ 의 크기는?

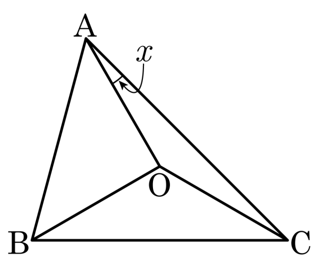


① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 M 은 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}}$
$\angle \mathrm{ABM} = 35°$, $\angle \mathrm{DAC} = 35°$ 이고 $\triangle \mathrm{ABM}$ 은 이등변삼각형($\because \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{AM}}$)
$\therefore \angle \mathrm{ABM} = \angle \mathrm{BAM} = 35°$
$\angle \mathrm{AMB} = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle \mathrm{DAM} = \angle \mathrm{A} - \angle \mathrm{BAM} - \angle \mathrm{DAC} = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle \mathrm{AMB} - \angle \mathrm{DAM} = 110° - 20° = 90°$

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$　② $15°$　③ $20°$　④ $25°$　⑤ $30°$

해설

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$