

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 3 은 소수이다.
- ② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

2. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

3. 다음 수 중에서 양의 정수의 개수를 구하여라.

$$3, -\frac{2}{3}, -9, 0, \frac{8}{3}, \frac{15}{15}, \frac{14}{13}, 10$$

▶ 답: 개

▶ 정답: 3개

해설

양의 정수는 자연수에 + 부호를 붙인 수이므로 $-\frac{2}{3}$, -9 은 양의 정수가 아니다.

분수 형태의 모양이더라도 약분하여 자연수가 된다면 양의 정수로 구분한다.

그러나 $\frac{8}{3}, \frac{14}{13}$ 는 약분되지 않으므로 정수가 될 수 없다.

따라서 양의 정수는 3, $\frac{15}{15}$, 10 이므로 3 개이다.

4. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고른 것은?

- ㉠ 정수는 자연수, 0, 음의 정수로 이루어져 있다.

㉡ 0은 양수도 음수도 아니다.

㉢ 양의 유리수와 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

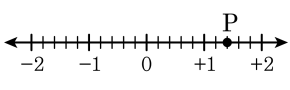
㉣ 유리수는 분모가 0이 아닌 분수의 꼴로 나타낼 수 있는 수를 말한다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

5. 다음 수직선 위에서 점 P 가 나타내는 수는?



- ① $-1\frac{3}{4}$ ② $-1\frac{1}{5}$ ③ $1\frac{1}{5}$ ④ $-1\frac{2}{5}$ ⑤ $1\frac{2}{5}$

해설

$$(+1) + \left(+\frac{2}{5}\right) = 1\frac{2}{5}$$

6. 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 사이의 거리가 10 일 때, 두 수는 각각 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 또는 +5

▷ 정답 : -5

해설

$|a| = |b|, a - b = 10$

$\therefore a = 5, b = -5$

7. 다음 수를 차례대로 나열하였을 때, 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는?

3, -2.5, 0, $\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{4}$

- ① 3 ② -2.5 ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{4}$

해설

$$-2.5 < -\frac{5}{4} < 0 < \frac{1}{3} < 3$$

8. 다음 계산 과정 중 덧셈의 교환법칙, 결합법칙이 사용된 곳을 차례로 찾으려면?

$$\begin{aligned} & (-13) - (-22) + (+27) - (+16) \\ &= (-13) + (+22) + (+27) + (-16) \\ &= (-13) + (-16) + (+22) + (+27) \\ &= \{(-13) + (-16)\} + \{(+22) + (+17)\} \\ &= -(13+16) + (22+17) \\ &= (-28) + (+39) \\ &= +11 \end{aligned}$$

㉠

㉡

㉢

㉣

㉤

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉡, ㉠
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉣

해설

덧셈의 교환법칙 : $a + b = b + a$
덧셈의 결합법칙 : $(a + b) + c = a + (b + c)$
따라서, ㉡ : 교환법칙
㉢ : 결합법칙이 사용되었다.

9. 두 수 a, b 가 다음을 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

보기

$$a + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$b - 7 - \left(+\frac{2}{5}\right) = 1.2$$

- ① $\frac{96}{5}$ ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{49}{5}$ ④ $\frac{124}{15}$ ⑤ 7

해설

$$a + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \text{ 에서}$$

$$a = \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right)$$
$$= \left(-\frac{4}{6}\right) + \left(+\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{6}\right) = -\frac{1}{3}$$

$$b - 7 - \left(+\frac{2}{5}\right) = 1.2 \text{ 에서}$$

$$b = 1.2 + 7 + \frac{2}{5} = \frac{12}{10} + \frac{70}{10} + \frac{4}{10} = \frac{43}{5}$$

$$\text{따라서 } a + b = -\frac{1}{3} + \frac{43}{5} = -\frac{5}{15} + \frac{129}{15} = \frac{124}{15}$$

10. $-\frac{10}{9}$ 의 역수는 a , $+3.5$ 의 역수를 b 라고 할 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① $-\frac{9}{5}$ ② $-\frac{9}{7}$ ③ $-\frac{9}{10}$ ④ $-\frac{9}{14}$ ⑤ $-\frac{9}{35}$

해설

$$-\frac{10}{9} \text{ 의 역수 } a = -\frac{9}{10}$$

$$+3.5 \text{ 의 역수 } b = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$a \times b = -\frac{9}{10} \times \frac{2}{7} = -\frac{9}{35}$$

11. 두 유리수 a, b 가 $a \times b > 0$, $b \times c < 0$ 일 때, 다음 중 항상 양수인 것은?

- ① $b - a$ ② $a - b$ ③ $-\frac{c}{b}$ ④ $a - c$ ⑤ $a \times c$

해설

a, b 는 부호가 같고, b, c 는 부호가 다르므로

③ $-\frac{c}{b} > 0$

12. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

13. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① $2^3 \times 6 \times 7$

② $2^2 \times 3 \times 7^2$

③ $2^4 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 336}$$

$$2 \overline{) 168}$$

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

$$7$$

$$336 = 2^4 \times 3 \times 7$$

14. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

15. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,
 $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서
 $n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

16. 다음 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

6과 서로소인 자연수와 3과 서로소인 자연수 중 공통인 자연수는 과(와) 서로소인 자연수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...
3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...
∴ 공통된 부분은 6과 서로소인 자연수이다.

17. 왕자가 감옥에 갇힌 공주를 찾으러 갔는데 감옥 앞에는 마법에 걸린 자물쇠가 있었다.
힘으로는 절대 열 수가 없고, 앞에 써 있는 문제를 푼 뒤, 답을 큰소리로 외치면 문이 열린다고 한다. 아래 문제를 풀고 비밀번호를 구하여라.
오른쪽은 나눗셈을 이용해 12와 30의 최소공배수를 $\square) \begin{array}{r} 12 \\ 30 \end{array}$ 구한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣고 4가지의 수 $\square) \begin{array}{r} \square \\ 15 \end{array}$ 를 작은 순서대로 다음 표에서 찾아 해당하는 단어를 말하여라. 그러면 공주를 구할 수 있다.

강	사	집	가	랑	요	에	자	해	기	야
11	2	4	1	3	6	10	9	5	7	8

▶ 답 :
▷ 정답 : 사랑해요

해설

$$\begin{array}{r} 2) 12 \quad 30 \\ 3) \quad 6 \quad 15 \\ \hline 2 \quad 5 \end{array}$$

□안에 들어갈 자연수는 작은 순서대로 2,3,5,6 이다.
보기에서 2,3,5,6 을 고르면 ‘사, 랑, 해, 요’이다.

18. 300 이하의 자연수 중에서 2^3 , 2×3^2 , 24의 공배수가 아닌 것은?

- ① 72 ② 144 ③ 180 ④ 216 ⑤ 288

해설

2^3 , 2×3^2 , 24의 최소공배수는 72이므로 보기 중에서 300 이하의 72의 배수가 아닌 것은 180이다.

19. 세 변의 길이가 각각 96 m, 84 m, 108 m 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개 ② 18 개 ③ 24 개 ④ 30 개 ⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로

말뚝의 개수는

$$\begin{aligned}(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) &= 8 + 7 + 9 \\ &= 24 \text{ (개)}\end{aligned}$$

20. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

21. 세 자연수 5, 6, 7 중 어느 수로 나누어도 나머지가 2 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 212

해설

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 구하는 자연수는 $210 + 2 = 212$ 이다.

22. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 108

해설

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{최대공약수는 } 6 = 2 \times 3,$$

$$\text{최소공배수는 } 1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\therefore \text{ } = 2 \times 3^3 = 54$$

23. 다음의 수를 수직선 위에 나타낼 때, 원점으로부터 그 수까지의 거리가 가까운 수부터 기호를 차례로 쓴 것은?

㉠ -0.5 ㉡ $\frac{7}{3}$ ㉢ 2.5 ㉣ -3

- ① ㉡, ㉢, ㉣, ㉠ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉠, ㉢, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣

해설

원점으로부터 그 수까지의 거리는 절댓값이므로

$$|-0.5| = 0.5, \left| \frac{7}{3} \right| = \frac{7}{3}$$

$$|2.5| = 2.5, |-3| = 3$$

$0.5 < \frac{7}{3} < 2.5 < 3$ 이므로 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 순이다.

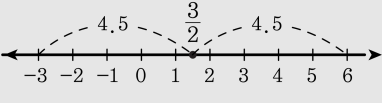
24. 수직선의 점 -3과 6의 한 가운데 점이 나타내는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 $+\frac{3}{2}$

해설

수직선을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.



25. $\frac{15}{x}$ 에서 분모가 절댓값이 6보다 작은 정수일 때, 정수인 $\frac{15}{x}$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6개

해설

$x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이므로

$\frac{15}{x}$ 중 정수인 것은 $-\frac{15}{5}, -\frac{15}{3}, -\frac{15}{1}, \frac{15}{1}, \frac{15}{3}, \frac{15}{5}$ 이다.

즉, $-15, -5, -3, 3, 5, 15$ 의 6개이다.

26. $\left(+\frac{16}{3}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{27}{14}\right)$ 의 약수 중 절댓값이 $\frac{9}{2}$ 이상 $\frac{49}{4}$ 이하인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \left(+\frac{16}{3}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{27}{14}\right) \\ &= \left(+\frac{16}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{27}{14}\right) = 24 \end{aligned}$$

24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

이 중 절댓값이 $\frac{9}{2}$ 이상 $\frac{49}{4}$ 이하인 정수는 6, 8, 12이다.

27. 3 과 $\frac{13}{2}$ 사이에 분모가 4 인 기약분수 중 가장 작은 수는 A , 가장 큰 수는 B 일 때, $A - B$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ -1 ⑤ -3

해설

$$3 = \frac{12}{4}, \frac{13}{2} = \frac{26}{4} \text{ 이므로}$$

$$A = \frac{13}{4}, B = \frac{25}{4}$$

$$A - B = \frac{13}{4} - \frac{25}{4} = -3$$

28. n 이 홀수인 자연수일 때,
 $(-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\}$ 를 계산하면?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

n 이 홀수일 때 $n + 1, 2 \times n$ 은 짝수, $n + 4$ 는 홀수이므로
 $(-1)^{n+1} + 3 \times \{-1^{2 \times n} + 2 \times (-1)^{n+4}\}$
 $= 1 + 3 \times \{(-1) + 2 \times (-1)\}$
 $= 1 + 3 \times (-1 - 2)$
 $= 1 + (-9)$
 $= -8$

29. $\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$ 이라 할 때, $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{19}{7}$ 를 만족하는 자연수 $a + b +$

$c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 또는 +7

해설

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7} \text{ 이므로 } a = 2$$

$$\frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{5}{7} \text{ 에서 } \frac{5}{7} = \frac{1}{\frac{7}{5}} \text{ 이므로}$$

$$b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$$

$$\therefore b = 1$$

$$\frac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{2}{5} \text{ 에서 } \frac{2}{5} = \frac{1}{\frac{5}{2}} \text{ 이므로}$$

$$c + \frac{1}{d} = \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore c = 2, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 2 + 1 + 2 + 2 = 7$$

30. 다음 두 식을 계산하여 나온 값 중 큰 수를 a , 작은 수를 b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은?

㉠ $2 \times (-3)^2 \div \{3 + (-2)^2 \times (-3)\}$

㉡ $3 - \{20 - 2^2 \times (7 - 5)\} \div (-3)$

- ① 5
- ② -5
- ③ 7
- ④ 14
- ⑤ -14

해설

㉠ (준식) $= 2 \times 9 \div \{3 + 4 \times (-3)\}$

$= 2 \times 9 \div (3 - 12)$

$= 2 \times 9 \div (-9)$

$= 18 \div (-9) = -2$

㉡ (준식) $= 3 - \{20 - 4 \times (7 - 5)\} \div (-3)$

$= 3 - \{20 - 4 \times 2\} \div (-3)$

$= 3 - (20 - 8) \div (-3)$

$= 3 - (+12) \div (-3)$

$= 3 - (-4) = 7$

$a = 7, b = -2$ 이므로 $a \times b = 7 \times (-2) = -14$

31. 두 유리수 a, b 에 대하여 $a \times b < 0$, $|a| < |b|$, $a + b < 0$ 일 때, a 와 b 의 부호로 옳은 것을 골라라.

- ① $a > 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a < 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a < 0, b = 0$

해설

$a \times b < 0$ 에서 a 와 b 는 서로 다른 부호이다.

부호가 다른 두 수의 합의 부호는, 더하는 두 수 중 절댓값이 더 큰 수의 부호를 따라간다.

그런데, $a + b < 0$ 이므로, 절댓값이 큰 b 의 부호가 음수라는 것을 알 수 있다. 따라서 a 는 양수이다.

$\therefore a > 0, b < 0$

32. 약수의 개수가 24 개이고 두 개의 소인수로 이루어진 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 864

해설

$n = a^x \times b^y \rightarrow (x + 1) \times (y + 1) = 24$
 $\rightarrow (x, y) = (1, 11), (2, 7), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (11, 1)$
따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는
 $2 \times 3^{11}, 2^2 \times 3^7, 2^3 \times 3^5, 2^5 \times 3^3, 2^7 \times 3^2, 2^{11} \times 3$ 중 하나이다.
 $\therefore n = 864$

33. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때,
 $[[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \text{ (}\frac{p}{[p, q]}, q \text{는 서로소)} \\ &= [1, 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$

34. 두 정수 a, b 에 대하여 $a * b$ 를 다음과 같이 정의할 때, $a(a * b) = 4$ 이다. 이를 만족하는 ab 의 최댓값을 구하여라.

$$a * b = a - b(a > b)$$
$$b(a = b)$$
$$-a + b(a < b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a > b$ 일 때, $a = b$ 일 때, $a < b$ 일 때로 나누어 $a(a * b)$ 를 구해보면,
(1) $a > b$ 이면, $a(a * b) = a(a - b) = 4$, $(a, b) = (4, 3), (1, -3)$
(2) $a = b$ 이면, $a(a * b) = b = 4$, $(a, b) = (4, 4)$
(3) $a < b$ 이면, $a(a * b) = a(-a + b) = 4$, $(a, b) = (4, 5), (1, 5)$
 $\therefore (ab \text{의 최댓값}) = 20$

35. 1이 아닌 세 정수 p, q, r 에 대하여 $|p| < |q| < |r|$, $pqr = -30$, $p+q+r = 0$ 일 때, $p^2 + q^2 + r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$|p| < |q| < |r|$ 이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로,
 $|p| = 2$, $|q| = 3$, $|r| = 5$ 이다.
 $\therefore p^2 + q^2 + r^2 = 4 + 9 + 25 = 38$