

1. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

2. 일차항의 계수가 1 인 두 일차식의 곱이 $(x+6)(x-3)-6x$ 일 때, 이 두 일차식의 합을 구하면?

- ① $2x$ ② $2x+3$ ③ $2x-3$
④ $2x^2$ ⑤ $2x(x-3)$

해설

$$\begin{aligned}(x+6)(x-3)-6x &= x^2+3x-18-6x \\ &= x^2-3x-18 \\ &= (x+3)(x-6)\end{aligned}$$

두 일차식의 합은 $(x+3)+(x-6)=2x-3$ 이다.

3. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 14x + 49 = (x - 7)^2$

② $16x^2 - 48x + 36 = (4x - 6)^2$

③ $9x^2 - 16 = (9x - 4)(x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

⑤ $5x^2 - 14x - 3 = (5x + 1)(x - 3)$

해설

① $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$

③ $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

4. $x^2 + 4x - 21$, $3x^2 - 5x - 12$ 의 공통인 인수는?

① $x + 4$

② $x + 7$

③ $3x + 4$

④ $3x - 9$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$$

$$3x^2 - 5x - 12 = (x - 3)(3x + 4)$$

5. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

㉠ -10 ㉡ 3 ㉢ 10 ㉣ 2 ㉤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

6. $4x-3$ 이 $4x^2-ax+6$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 11$

해설

$$\begin{aligned}4x^2 - ax + 6 &= (4x - 3)(x + p) \\ &= 4x^2 + 4px - 3x - 3p \\ &= 4x^2 + (4p - 3)x - 3p\end{aligned}$$

$-3p = 6$, $p = -2$ 이고,

$4p - 3 = -a$, $a = 11$ 이다.

7. $x^2 + px + q$ 가 완전제곱식이 되기 위한 p, q 의 관계식은?

① $q = \frac{p}{2}$

② $q = \frac{p^2}{2}$

③ $q = -\frac{p}{2}$

④ $q = -\left(\frac{p}{2}\right)^2$

⑤ $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$

해설

일차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 된다.

따라서 $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ 이다.

8. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

9. 이차식 $ax^2 - 19x + b$ 가 $(x-5)$ 와 $(3x-4)$ 를 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=23$

해설

$$ax^2 - 19x + b = (x-5)(3x-4) = 3x^2 - 19x + 20$$

$$a=3, b=20$$

$$\therefore a+b=3+20=23$$

10. $x^2 + Ax + 24$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해 된다고 할 때, 정수 A 의 최댓값은 얼마인가?

- ① -25 ② -14 ③ 10 ④ 14 ⑤ 25

해설

$x^2 + Ax + 24 = (x+a)(x+b)$ $A = a+b, 24 = ab$
 $a = 1, b = 24$ 이면 $a+b = 25$
 $a = 2, b = 12$ 이면 $a+b = 14$
 $a = 3, b = 8$ 이면 $a+b = 11$
 $a = 4, b = 6$ 이면 $a+b = 10$
따라서 정수 A 의 최댓값은 25이다.

11. $3x^2 - Ax - 5$ 가 $x - 5$ 로 나누어 떨어질 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 14$

해설

몫을 $ax + b$ 라 하면

$$3x^2 - Ax - 5 = (x - 5)(ax + b) \\ = ax^2 + bx - 5ax - 5b$$

$$a = 3, -5b = -5, b = 1$$

$$b - 5a = 1 - 15 = -14 = -A, A = 14$$

12. 다음은 이차식 $x^2 + ax + b$ 을 갑, 을이 인수분해한 것이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x+5)(x+3)$ 으로 인수분해 하였다.
(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(x-2)(x-6)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 7$

해설

갑이 푼 이차식은 $(x+5)(x+3)$ 이므로 $x^2 + 8x + 15$ 이고, x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 $+15$ 이다.

을이 푼 이차식은 $(x-2)(x-6)$ 이므로 $x^2 - 8x + 12$ 이고, 상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -8 이다.

$$\therefore a = -8, b = +15$$

$$\therefore a + b = -8 + (+15) = 7$$

13. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

① $a^2 - b^2 - 9$

② $a^2 + b^2 - 9$

③ $a^2 - b^2 + 6b - 9$

④ $a^2 - b^2 - 9b - 9$

⑤ $a^2 - b^2 + 6b + 9$

해설

$b-3=A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (a-A)(a+A)$$

$$= a^2 - A^2$$

$$= a^2 - (b^2 - 6b + 9)$$

$$= a^2 - b^2 + 6b - 9$$

14. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$(x+2)(x+4)(x+5)(x+7) + a$$

▶ 답:

▷ 정답: $a = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+2)(x+7)(x+4)(x+5) + a \\ &= (x^2+9x+14)(x^2+9x+20) + a\end{aligned}$$

$x^2+9x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+14)(A+20) + a \\ &= A^2+34A+280+a \\ &= (A+17)^2 = (x^2+9x+17)^2\end{aligned}$$

$$17^2 = 280 + a$$

$$\therefore a = 9$$

15. $x = 4 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}(x-5)(x-3) &= (4+\sqrt{2}-5)(4+\sqrt{2}-3) \\ &= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1\end{aligned}$$

16. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ & = \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ & = |a+1| + |a-3| \\ & = a+1 - a+3 = 4 \end{aligned}$$

17. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답:

▷ 정답: $x+2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x+2)$

18. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

19. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

20. $(a-b+3)^2 - (a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-4b(a-3)$ ② $-4a(b+3)$ ③ $-8b(a+3)$
④ $-4a(b-3)$ ⑤ $-4b(a+3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+3)^2 - (a+b+3)^2 \\ &= \{(a-b+3) + (a+b+3)\} \\ & \quad \{(a-b+3) - (a+b+3)\} \\ &= (-2b)(2a+6) \\ &= -4b(a+3) \end{aligned}$$

21. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

22. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, \square 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

23. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\ &\quad + (18-22)(18+22) \\ &\quad + (26-30)(26+30) \\ &= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\ &= -4 \times 4 \times 32 \\ &= -512\end{aligned}$$

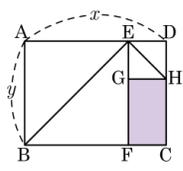
24. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\ &= \{(a - b) - 2\}^2 \\ &= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\ &= 3\end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x ② y ③ $x + y$
 ④ $2x - y$ ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

26. $4x^2 - 18x + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = \frac{81}{4}$

해설

$4x^2 - 18x + p$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(-\frac{18}{2}\right)^2 = 4p$$

$$\therefore p = \frac{81}{4}$$

27. $A = 4x + 2$, $B = 6x^2 - 5x - 4$ 이고 $\frac{B}{A} = ax + b$ 로 나타내어 질 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -5 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} \\ &= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{4x + 2} \\ &= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} \\ &= \frac{3x - 4}{2} = ax + b \\ a &= \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{4}{2} = -2 \\ \therefore ab &= \frac{3}{2} \times (-2) = -3\end{aligned}$$

28. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수 분해될 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

- ① 11 ② 18 ③ 22 ④ 27 ⑤ 30

해설

$a+b=11$ 이 되는 a, b 중 곱 ab 가 가장 큰 수는 $5 \times 6 = 30$ 이다.

29. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x - 6)(x - 14)$ 가 17 의 배수가 되려면
 $x - 6$ 또는 $x - 14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.
이때, 0 이 모든 수의 배수이므로 $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$ 일 때,
최솟값을 갖는다.
자연수 x 의 최솟값은
 $x - 6 = 0$ 일 때이므로 $x = 6$

30. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

31. $x^3 + y - x - x^2y$ 을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

- ① $2x - y + 1$ ② $x - y - 2$ ③ $3x - y + 2$
④ $2x - y$ ⑤ $3x - y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\ &= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x - y) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x - y) \\ \therefore x + 1 + x - 1 + x - y &= 3x - y\end{aligned}$$

32. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

33. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $2x^4 + 3x^2 + x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 = -x - 1$$

$$x^4 = (-x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$= (-x - 1) + 2x + 1 = x$$

$$2x^4 + 3x^2 + x = 2x + 3(-x - 1) + x$$

$$= 2x - 3x - 3 + x = -3$$