

1. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠  $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡  $x^2 = -x + 2$
- ㉢  $x^2 = 0$
- ㉣  $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤  $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥  $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

- ① 3개    ② 4개    ③ 5개    ④ 6개    ⑤ 7개

해설

이차방정식은 ( $x$ 에 관한 이차식) $= 0$  꼴의 등식이다.  
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

2. 이차방정식  $x^2 + ax - 20 = 0$  의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은  $2x^2 - 3x + b = 0$  의 근일 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하면?

①  $a = 1, b = 44$

②  $a = 1, b = -44$

③  $a = -1, b = -44$

④  $a = -44, b = 1$

⑤  $a = -44, b = -1$

해설

$x = 5$  를  $x^2 + ax - 20 = 0$  에 대입하면  
 $25 + 5a - 20 = 0 \therefore a = -1$   
 $x^2 - x - 20 = 0, (x - 5)(x + 4) = 0$   
따라서 다른 한 근은  $x = -4$  이다.  
 $x = -4$  를  $2x^2 - 3x + b = 0$  에 대입하면  
 $32 + 12 + b = 0$   
 $\therefore b = -44$

3. 이차방정식  $x^2 + ax + 3a - 2 = 0$  의 한 근이  $-1$  일 때, 다른 한 근은?

- ①  $-2$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $2$       ⑤  $3$

해설

한 근  $x = -1$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$1 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 주어진 방정식은  $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

$$2x^2 + x - 1 = 0, (2x - 1)(x + 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은  $\frac{1}{2}$ 이다.

4. 이차방정식  $ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이  $-5, b$  일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned}x &= -5 \text{ 일 때} \\ a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 &= 0 \\ 25a - 20a - 10 - a - 2 &= 0 \\ 4a &= 12, a = 3 \\ 3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 &= 0 \\ 3x^2 + 14x - 5 &= 0 \\ (x + 5)(3x - 1) &= 0 \\ x = -5, x = \frac{1}{3} &= b \\ \frac{b}{a} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

5. 이차방정식  $x^2 - 3x - 4 = 0$  의 두 근 중 작은 근이 이차방정식  $ax^2 + 5x - 3 = 0$  의 근일 때, 상수  $a$  의 값과  $ax^2 + 5x - 3 = 0$  의 다른 한 근의 값을  $b$  라 할 때,  $a + 8b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은  $x = -1$  이므로  $ax^2 + 5x - 3 = 0$  에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 다른 한 근  $b = \frac{3}{8}$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

6. 이차방정식  $2(x+5)^2 - 14 = 0$  의 해가  $x = A \pm \sqrt{B}$  일 때,  $A + B$  의 값은? (단,  $A, B$  는 유리수)

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2(x+5)^2 - 14 &= 0, 2(x+5)^2 = 14, (x+5)^2 = 7 \\ \therefore x &= -5 \pm \sqrt{7} \\ A &= -5, B = 7 \\ \therefore A + B &= -5 + 7 = 2 \end{aligned}$$

7. 이차방정식  $3(x+a)^2 = b$  의 해가  $x = 2 \pm \sqrt{3}$  일 때,  $a, b$  의 값을 구하면?

①  $a = -2, b = 9$

②  $a = -2, b = -9$

③  $a = 2, b = -9$

④  $a = 2, b = 9$

⑤  $a = -2, b = 6$

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } (x-2) = \pm \sqrt{3} \\(x-2)^2 &= 3 \\3(x-2)^2 &= 9 \\\therefore a &= -2, b = 9\end{aligned}$$

8. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수  $m$  의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ①  $m > 3$                       ②  $m < -6$                       ③  $m = 0$   
④  $m < 3$                       ⑤  $m > -6$

해설

$$\begin{aligned} \frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로} \\ m + 6 < 0 \\ \therefore m < -6 \end{aligned}$$

9. 이차방정식  $(x-1)^2 = a+4$  에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = 0$  이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡  $a = -4$  이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢  $a = -5$  이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡      ② ㉢      ③ ㉠, ㉡      ④ ㉠, ㉢      ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠  $a = 0$  이면  $(x-1)^2 = 4$ ,  $x-1 = \pm 2$   
따라서  $x = 3$  또는  $x = -1$  이므로 두 근의 곱은  $-3$  이다.
- ㉡  $a = -4$  이면  $(x-1)^2 = 0$   
따라서  $x = 1$  (중근) 이다.
- ㉢  $a = -5$  이면  $(x-1)^2 = -1$ , 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

10. 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여  $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$  이라 한다. 이 때,  $abc$  의 값은?

- ① 100      ② 120      ③ 240      ④ -120      ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여 성립하므로  $x$  에 대한  
항등식이다.

$$\text{따라서 } a-20=0, 2+4c=0, b-12=0$$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

11.  $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고  $x$ 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

- ①  $x = 1, x = 3$       ②  $x = 1, x = 5$       ③  $x = 1$   
④  $x = 2, x = 3$       ⑤  $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$  에서  $x \leq 3$  이다.  
따라서  $x$ 의 값은 1, 2, 3이다.  
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는  $x$ 의 값은  $x = 1, x = 5$ 이므로  
이차방정식의 해는  $x = 1$ 이다.

12. 이차방정식  $2x^2 - 2x - 1 = 0$  의 두 근을  $p, q$  라고 할 때,  $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$  를 대입하면  $2p^2 - 2p - 1 = 0$ ,  $2p^2 - 2p = 1$  이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$  이다.

$x = q$  를 대입하면  $2q^2 - 2q - 1 = 0$ ,  $2q^2 - 2q = 1$  이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$  이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

13. 다음 중  $(\frac{7}{3}x - 14)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

- |  |   |
|--|---|
| <input type="radio"/> ㉠ $x = 6, y = -4$  | <input type="radio"/> ㉡ $x = 6, y = 4$  |
| <input type="radio"/> ㉢ $x = -6, y = -4$ | <input type="radio"/> ㉣ $x = -6, y = 4$ |
| <input type="radio"/> ㉤ $x = 4, y = 6$   | <input type="radio"/> ㉥ $x = -4, y = 6$ |

- ① 한 개도 없다.    ② 2개    ③ 3개  
④ 5개    ⑤ 6개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$  또는  $2y + 8 = 0$  이므로  
 $x = 6$  또는  $y = -4$  인 것을 찾으면  
 $x = 6$  인 것은 ㉠, ㉡  
 $y = -4$  인 것은 ㉠, ㉢  
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로  
3개이다.

14. 세 이차방정식  $x^2+8x+12=0$  과  $2x^2+9x-18=0$ ,  $2x^2+4mx-12m=0$  이 공통근을 가질 때,  $m$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은  $x = -6$  이다.

따라서 이차방정식  $2x^2 + 4mx - 12m = 0$  도

근으로  $-6$  을 가지므로  $x = -6$  을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

15. 이차방정식  $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근  $a$ 를 가진다. 이때,  $b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근  $a$ 를 가지므로

$x$ 에  $a$ 를 대입하면

$(a-1)(a-b) = -1$

i)  $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii)  $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$a = 2, b = 3$

$\therefore b = 3$

16. 이차방정식  $x^2 - ax - 5x + 9 = 0$  이 중근을 가질 때의  $a$  의 값이 이차 방정식  $x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이다. 이때,  $m+n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax - 5x + 9 = 0, x^2 - (a+5)x + 9 = 0$$

$$\left(\frac{a+5}{2}\right)^2 = 9, \frac{a+5}{2} = \pm 3$$

$$a+5 = \pm 6$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -11$$

$x^2 + mx + n = 0$  의 두 근이 1, -11 이므로

$$1 + m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -)121 - 11m + n = 0 \\ -120 + 12m = 0 \end{array}$$

$$\therefore m = 10, n = -11$$

$$\therefore m+n = 10 - 11 = -1$$

17.  $x(x-3) = 0$  을  $(ax+b)^2 = q$  의 꼴로 바꾸었을 때,  $abq$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{27}{8}$     ②  $-\frac{27}{8}$     ③  $-\frac{25}{8}$     ④  $\frac{25}{8}$     ⑤  $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\ a=1, b &= -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4} \\ \therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

18. 이차방정식  $x^2 + 4ax + b = 0$  의 근이  $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$  에서  
 $x^2 + 4ax = -b$   
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$   
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$   
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$   
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$   
따라서  $a = -1$ ,  $a$  값을 대입하면  
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$   
 $\therefore b = -8$   
따라서  $a - b = 7$  이다.

19.  $2a^2x + ax - 15x = a + 3$  을 만족하는  $x$  의 값이 없을 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

20. 이차방정식  $x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$  의 두 근 중 큰 근이 이차방정식  $x^2 + 3x - 54 = 0$  의 작은 근과 같을 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$$

$$x^2 + (2a - 5)x + (a + 1)(a - 6) = 0$$

$$(x + a - 6)(x + a + 1) = 0$$

$$x = -a + 6 \text{ 또는 } x = -a - 1$$

두 근 중 큰 수이므로  $-a + 6$  이다.

$$x^2 + 3x - 54 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x - 6)(x + 9) = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -9$$

두 근 중 작은 수이므로  $-9$  이다.

따라서  $-a + 6 = -9$  이므로  $a = 15$  이다.