

1. A가 유한소수일 때, 다음 중 A에 해당하는 것은?

① 3.141592...

② $\frac{51}{180}$

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$

④ 0.512512512...

⑤ $\frac{3}{56}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2} = \frac{3}{2^2}$ (유한소수)

2. $\frac{1}{12} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{12} \times A = \frac{1}{2^2 \times 3} \times A$ 이므로 3 을 약분할 수 있으려면 A 는 3 의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 3 이다.

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳은 것은?

- ① $0.333\cdots = 0.\dot{3}\dot{3}$ ② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$
③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}\dot{0}$ ④ $2.020202\cdots = \dot{2}.0$
⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

해설

- ① $0.333\cdots = 0.\dot{3}$
③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}$
④ $2.020202\cdots = 2.\dot{0}\dot{2}$
⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

4. 다음 순환소수 $2.50\dot{3}5$ 를 분수로 나타내려고 한다. $x = 2.50\dot{3}5$ 라 할 때, 필요한 식은?

- ① $100x - x$ ② $100x - 10x$ ③ $1000x - x$
④ $1000x - 10x$ ⑤ $10000x - 100x$

해설

$x = 2.50\dot{3}5 = 2.50353535\cdots$ 이므로 분수로 나타내기 위한 식은 $10000x - 100x$ 이다.

5. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+5} - (-1)^{2n-2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2n + 5$ 는 홀수이고 $2n - 2$ 는 짝수이므로
(준식) $= -1 - 1 = -2$

6. $(-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4$ 을 간단히 하면?

① $-5a^{14}$

② $-5a^9$

③ $-\frac{3}{2}a^9$

④ $5a^{10}$

⑤ $5a^{11}$

해설

$$\begin{aligned} & (-a^2)^2 \times (2a^3) \times \frac{5}{2}a^4 \\ &= a^4 \times 2a^3 \times \frac{5}{2}a^4 = 5a^{11} \text{이다.} \end{aligned}$$

7. $a^2 \div a^3 \div \frac{1}{a^5} \div \square = a$ ($a \neq 0$) 일 때, \square 안에 알맞은 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: a^3

해설

$$a^2 \times \frac{1}{a^3} \times a^5 \times \frac{1}{\square} = a$$

$$a^2 \times a^3 \times \frac{1}{a^5} \times \frac{1}{\square} = a$$

$$\therefore \square = a^3$$

8. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

㉠ $\frac{11}{120}$	㉡ $\frac{5}{2 \times 5^2}$	㉢ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$
㉣ $\frac{3}{8}$	㉤ $-\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\text{㉠ } \frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}, \quad \text{㉤ } \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$$

이므로 유한소수가 아니다.

9. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

$\textcircled{\text{㉠}} \frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$	$\textcircled{\text{㉡}} \frac{5}{6} = 0.838\dot{3}$
$\textcircled{\text{㉢}} \frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$	$\textcircled{\text{㉣}} \frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$
$\textcircled{\text{㉤}} \frac{11}{13} = 0.\dot{8}4615\dot{4}$	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉠}} 0.\dot{6}$ $\textcircled{\text{㉡}} 0.8\dot{3}$ $\textcircled{\text{㉢}} 0.\dot{8}4615\dot{3}$

10. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

- ① $2.\dot{9}$ ② $4.\dot{6}$ ③ $5.\dot{0}\dot{9}$ ④ $1.\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

11. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285 \dots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2 이다.

12. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{1} = \frac{1}{10}$ ② $0.3\dot{1} = \frac{14}{45}$ ③ $0.\dot{6}\dot{3} = \frac{7}{11}$
④ $0.\dot{7}2\dot{5} = \frac{725}{999}$ ⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{999}$

해설

① $0.\dot{1} = \frac{1}{9}$

⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{990}$

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 모든 순환소수는 유리수이다.
- ② 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 무한소수는 순환소수이다.
- ④ 모든 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

해설

- ② 정수가 아닌 유리수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ③ 무한소수 중에는 순환하지 않는 소수도 있다.
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

14. $2^x \times 2^2 = 64$ 이고 $2^5 + 2^5 = 2^y$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$2^{x+2} = 2^6$ 이므로 $x = 4$ 이고
 $2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6 = 2^y$ 이므로 $y = 6$ 이다.
따라서 $x+y = 4+6 = 10$ 이다.

15. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 에서 좌변을 정리하면

$\frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} = \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}}$ 이므로 $\frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 의 지수를 비교한다.

$3b = 18$ 이므로 $b = 6$, $c = 15$ 이고

$b = 3a$ 에서 $6 = 3a$, $a = 2$ 이다.

$\therefore a + b + c = 2 + 6 + 15 = 23$

16. $2^n = x$, $3^n = y$ 일 때, $9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n}$ 을 x, y 에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

- ① x^5y^2 ② x^6y ③ x^6y^4 ④ x^8y^2 ⑤ x^9y^3

해설

$$\begin{aligned} 9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n} &= 3^{2n} \times 2^{9n} \times 3^{3n} \div 3^{2n} \\ &= 3^{3n} \times 2^{9n} \\ &= y^3 \times x^9 \\ &= x^9y^3 \end{aligned}$$

17. $2^{14} \times 5^{18}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$2^{14} \times 5^{18} = (2 \times 5)^{14} \times 5^4 = 10^{14} \times 5^4 = 625 \times 10^{14}$
따라서 17 자리의 자연수이다.

18. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$ 라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

- i) $11 \leq a \leq 55$, a 는 정수
ii) A 는 3의 배수
iii) B 는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이고, $11 \leq a \leq 55$ 를 만족하는 a 의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a = 18$ 이면 $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$ 이면 $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$ 이면 $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$ 이면 $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$ 이면 $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$ 에서 A 가 3의 배수, B 가 2의 배수를 만족

하는 a 의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

19. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9} \quad \therefore a = 15$$

$$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15} \quad \therefore b = \frac{15}{4}$$

$$\therefore ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$$

20. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{\text{(영은이가 본 분자)}}{\text{(영철이가 본 분모)}} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$