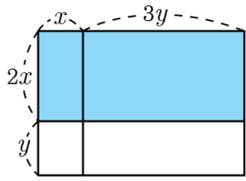


1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2x^2 + 6xy$

해설

$$(x + 3y)2x = 2x^2 + 6xy$$

2. 세 모서리의 길이가 각각 $x+1$, $2x+1$, $2x-1$ 인 직육면체의 겉넓이를 나타낸 식은?

① $16x^2 + 8x - 2$

② $16x^2 + 8x + 2$

③ $16x^2 - 12x + 4$

④ $16x^2 + 12x - 4$

⑤ $16x^2 - 8x + 8$

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times \{(x+1)(2x+1) + (2x+1)(2x-1) + (2x-1)(x+1)\} \\ &= 2(8x^2 + 4x - 1) \\ &= 16x^2 + 8x - 2 \end{aligned}$$

3. $a - b = -2$, $ab = 4$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 8 ② 12 ③ -4 ④ -7 ⑤ -15

해설

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \times 4 = 12$$

4. $x + y = 5$, $x^2 + y^2 = 13$ 일 때, xy 의 값은?

- ① -6 ② -12 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$25 = 13 + 2xy$$

$$2xy = 12$$

$$\therefore xy = 6$$

5. $x - y = 5$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, xy 의 값은?

- ① -5 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

해설

$$(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

$$25 + 2xy = 9$$

$$2xy = -16$$

$$\therefore xy = -8$$

6. $(2x + ay)^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(2x + ay)^2 &= 4x^2 + 4axy + a^2y^2 \\ 4x^2 + 4axy + a^2y^2 &= bx^2 + cxy + 9y^2 \\ \therefore b &= 4 \\ a^2 &= 9 \\ \therefore a &= 3 (\because a > 0) \\ 4a &= c \\ \therefore c &= 12 \\ a - b + c &= 3 - 4 + 12 = 11\end{aligned}$$

7. $(ax - 6y)^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$(ax - 6y)^2 = a^2x^2 - 12axy + 36y^2$$

$$a^2x^2 - 12axy + 36y^2 = 25x^2 + bxy + cy^2$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore c = 36$$

$$-12a = b \quad \therefore b = -60$$

$$a + b + c = 5 + (-60) + 36 = -19$$

8. $(2x - y + 1)^2$ 을 전개하였을 때 xy 의 계수를 A , x 의 계수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

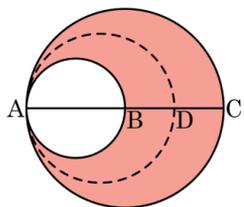
$$\begin{aligned} & (2x - y + 1)(2x - y + 1) \\ &= 4x^2 - 2xy + 2x - 2xy + y^2 - y + 2x - y + 1 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y + 1 \end{aligned}$$

xy 의 계수는 -4 이고, x 의 계수는 4 이다.

따라서 $A = -4$, $B = 4$ 이다.

$$\therefore A + B = 0$$

9. 다음 그림의 두 원은 \overline{AB} , \overline{AC} 를 지름으로 하는 원이고, D는 \overline{BC} 의 중점이다. $BD = h$, \overline{AD} 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 l 이라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 h 와 l 에 관한 식으로 나타내어라.



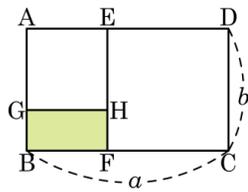
▶ 답:

▷ 정답: hl

해설

$$\begin{aligned}
 \overline{AB} &= 2a \text{라 하면} \\
 \overline{AD} \text{를 지름으로 하는 원의 둘레 } l &= (2a + h)\pi \\
 (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (a + h)^2\pi - a^2\pi \\
 &= a^2\pi + 2ah\pi + h^2\pi - a^2\pi \\
 &= 2ah\pi + h^2\pi \\
 &= h\pi(2a + h) \\
 \therefore (\text{넓이}) &= h\pi(2a + h) = hl
 \end{aligned}$$

10. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\square AGHE$, $\square EFCD$ 는 정사각형이고, $\overline{BC} = a$, $\overline{DC} = b$ 일 때, $\square GBFH$ 의 넓이는?(단, $b < a < 2b$)



① $a^2 - 2b^2$

② $a^2 - 4b^2$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 6ab - 3b^2$

⑤ $-a^2 + 6ab - 2b^2$

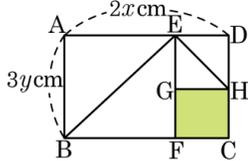
해설

\overline{BF} 의 길이는 $a - b$ 이다. $\square AGHE$ 가 정사각형이므로 \overline{EH} 의 길어도 $a - b$ 이다.

따라서 \overline{HF} 의 길이는 $b - (a - b) = 2b - a$ 이다.

색칠한 부분의 넓이는 $(a - b)(-a + 2b) = -a^2 + 3ab - 2b^2$

11. 다음 그림과 같이 가로 길이가 $2x\text{cm}$, 세로 길이가 $3y\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 정사각형 EGHD를 잘라내었을 때, 남은 종이의 넓이를 x, y 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



- ① $4x^2 + 18xy + 18y^2$ ② $4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ③ $4x^2 - 18xy - 18y^2$ ④ $-4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ⑤ $-4x^2 + 18xy - 18y^2$

해설

\overline{ED} 의 길이는 $2x - 3y$ 이다. $\square EGHD$ 가 정사각형이므로 \overline{EG} 의 길이도 $2x - 3y$ 이다. 따라서 \overline{GF} 의 길이는 $3y - (2x - 3y) = -2x + 6y$ 이다. 그러므로 색칠한 부분의 넓이는 $(2x - 3y)(-2x + 6y) = -4x^2 + 18xy - 18y^2$ 이 된다.

12. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

13. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$, $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2},$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} (\because x > 1)$$

14. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$, $a > b$ 일 때, $\frac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5 \text{ 에서 } ab = 2$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ 이므로}$$

$$\therefore a - b = 1 \text{ (} \because a > b \text{)}$$

$$\therefore \frac{ab}{a-b} = \frac{2}{1} = 2$$

15. $x + \frac{1}{5x} = 6$ 일 때, $\left(x - \frac{1}{5x}\right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{176}{5}$

해설

$$\left(x - \frac{1}{5x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{5x}\right)^2 - \frac{4}{5} = 6^2 - \frac{4}{5} = \frac{176}{5}$$

16. $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 8$, $(1-x)(1-y) = 5$ 일 때, $\frac{x^2+y^2}{x+y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(x+y)^2 - (x-y)^2 &= 4xy = 8 & \therefore xy &= 2 \\(1-x)(1-y) &= 1 - (x+y) + xy = 5 & \therefore x+y &= -2 \\ \therefore \frac{x^2+y^2}{x+y} &= \frac{(-2)^2 - 2 \times 2}{-2} = 0\end{aligned}$$

17. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 3^2 - 3 \times (-4) \\ &= 21\end{aligned}$$

18. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

- ① 52 ② 56 ③ 60 ④ 72 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= 9^2 - 3 \times 3 \\ &= 72\end{aligned}$$

19. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$\therefore ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

20. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

21. $(x - 2y - 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

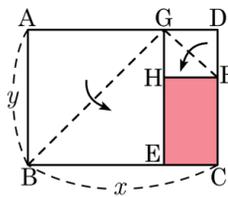
$$\begin{aligned} & (x - 2y - 1)(x - 2y - 1) \\ &= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 \end{aligned}$$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.

따라서 $A = 1$, $B = -2$, $C = 1$ 이다.

$$\therefore A + B + C = 1 - 2 + 1 = 0$$

22. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 \overline{EB} 에, \overline{GD} 를 \overline{GH} 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?

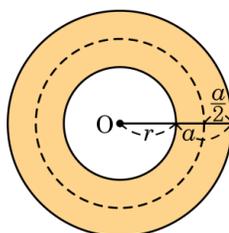


- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

\overline{AB} 를 \overline{EB} 에, \overline{GD} 를 \overline{GH} 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.
 \overline{GD} 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 \overline{GH} 길이도 $x - y$ 이다.
 따라서 \overline{HE} 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
 사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

23. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

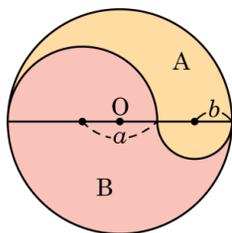
해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a+2r) \\ &= a \{ \pi(a+2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2)$$

$$= \pi(ab + b^2)$$

(B 의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2)$$

$$= \pi(ab + a^2)$$

$$\therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$$

$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a-b)(a+b)$$

25. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5 \\ \therefore x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17\end{aligned}$$

26. $a^2 - a + 1 = 0$ 일 때, $a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} a^2 - a + 1 = 0 \text{ 이므로 } a^2 &= a - 1, \\ \text{양변에 } a \text{ 를 곱하면 } a^3 &= a^2 - a = -1, \\ \text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a + \frac{1}{a} &= 1, a^2 + \frac{1}{a^2} = 1 - 2 = -1, \\ a^{2009} &= (a^3)^{669} \times a^2 = -a^2, \\ \therefore a^{2009} + \frac{1}{a^{2009}} &= -\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 1 \end{aligned}$$

27. $xy = \frac{1}{2}$ 일 때, 다음의 값을 구하여라.

$$-2x^3y^3 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)^3 \times (-2x^2y^2)^3$$

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$-2x^3y^3 \div \left(-\frac{1}{2}xy\right)^3 \times (-2x^2y^2)^3$$

$$= -2x^3y^3 \times -\frac{2^3}{x^3y^3} \times -2^3x^6y^6$$

$$= -2^7(xy)^6$$

$xy = \frac{1}{2}$ 을 간단히 정리한 식에 대입하면

$$(\text{준식}) = -2^7(xy)^6 = -2^7 \times \frac{1}{2^6} = -2$$

28. $a + b = 6$, $ab = 8$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \text{ 이므로, } 6^2 - 2 \times 8 = 36 - 16 = 20$$

29. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x(x+1) + \frac{1}{x}\left(\frac{1}{x} + 1\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ 이다.

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

주어진 식을 정리하면

$$x(x+1) + \frac{1}{x}\left(\frac{1}{x} + 1\right) = x^2 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

이므로

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9,$$

$$\therefore x(x+1) + \frac{1}{x}\left(\frac{1}{x} + 1\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 9 + 3 = 10$$

30. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + (x^2 - 3x),$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7,$$

$x + \frac{1}{x} = 3$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = 3x, \quad x^2 - 3x = -1,$$

$$\therefore 2x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x = 7 + (-1) = 6$$

31. $x^2 - 8x + 1 = 0$ 일 때, $2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 128

해설

$x^2 - 8x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 8$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2\left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right) = 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2 \times 8^2 = 128$$

32. $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$ 일 때, $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$\frac{y}{x} = A, \frac{x}{y} = \frac{1}{A}$ 이라 하면

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \text{ 는 } A^2 + \frac{1}{A^2} = 2,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

33. $x^2 + y^2 = 5$, $xy = 2$ 일 때, $|x^4 - y^4|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$ 이고
 $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ 이므로
 $x^4 - y^4 = (x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$,
 $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ 이므로
 $(x + y)^2 = 5 + 4 = 9$
 $x + y = \pm 3$
 $(x - y)^2 = 5 - 4 = 1$
 $x - y = \pm 1$
따라서 $x^4 - y^4 = (\pm 3) \times (\pm 1) \times 5$ 이므로
 $|x^4 - y^4| = 15$ 이다.