

1. $a\sqrt{3} = \sqrt{243}$, $b\sqrt{3} = \sqrt{0.0048}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{9}{25}$

해설

$$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}, \quad a = 9$$

$$\sqrt{0.0048} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{10000}} = \frac{4\sqrt{3}}{100}$$

$$b = \frac{4}{100}$$

$$\therefore ab = 9 \times \frac{4}{100} = \frac{9}{25}$$

2. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{54}$ 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a + b^3$

③ a^2b^3

④ ab^3

⑤ a^3b

해설

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt{2}(\sqrt{3})^3 = ab^3$$

3. $\left(x - \frac{A}{4}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2 + Bx + \frac{1}{16}$ 일 때, $A^2 + 4B^2$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + 2 \times x \times \left(-\frac{A}{4}\right) + \left(-\frac{A}{4}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{2}Ax + \frac{A^2}{16}$$

$$A^2 = 1, B^2 = \frac{1}{4}A^2$$

$$\therefore A^2 + 4B^2 = 1^2 + 4 \times \frac{1}{4} = 2$$

4. $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$ 을 간단히 하면?

① 63

② 65

③ 127

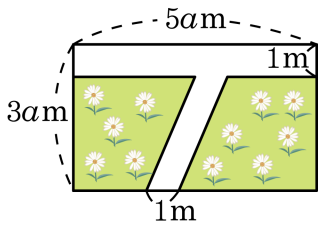
④ 129

⑤ 255

해설

$$\begin{aligned}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) &= (2^4-1)(2^4+1) \\ &= 2^8-1 \\ &= 256-1=255\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같이 가로 길이 $5a\text{m}$, 세로 길이 $3a\text{m}$ 인 직사각형 모양의 화단 안에 폭이 1m 인 길을 만들었다. 길을 제외한 화단의 넓이는?



- ① $(15a^2 - 15a)\text{m}^2$ ② $(15a^2 - 9a)\text{m}^2$
 ③ $(15a^2 - 8a)\text{m}^2$ ④ $(15a^2 - 9a + 1)\text{m}^2$
 ⑤ $(15a^2 - 8a + 1)\text{m}^2$

해설

화단 안의 폭을 오른쪽으로 붙여 화단을 직사각형으로 만들면 가로의 길이가 $(5a - 1)$, 세로의 길이가 $(3a - 1)$ 이 된다. 화단의 넓이는 $(5a - 1)(3a - 1) = 15a^2 - 8a + 1$ 이다.

6. $x^2 - 5x + A$, $4x^2 + Bx + 4$ 가 실수의 범위에서 완전제곱식이 되도록 하는 AB 의 값을 구하여라. (단, $B < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -50$

해설

$$x^2 - 5x + A = (x + a)(x + a)$$

$$a + a = -5$$

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore A = a^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + Bx + 4 = (2x + b)(2x + b)$$

$$b^2 = 4, \quad b = \pm 2$$

$$B = 4b$$

$$\therefore B = 4b = -8 \quad (B < 0)$$

$$\therefore AB = \frac{25}{4} \times (-8) = -50$$

7. $5x^2 + (2a - 5)x - 14$ 를 인수분해하면 $(x - 2)(5x + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 8$

해설

$$(x - 2)(5x + b) = 5x^2 + (b - 10)x - 2b$$

$$5x^2 + (2a - 5)x - 14 = 5x^2 + (b - 10)x - 2b$$

$$2b = 14 \Rightarrow b = 7, 2a - 5 = b - 10 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

8. 삼각형의 넓이가 $3a^2 + a - 10$ 이고 높이가 $3a - 5$ 일 때, 이 삼각형의 밑변의 길이는?

① $2a + 5$

② $4a - 3$

③ $4a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 4$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

$$3a^2 + a - 10 = (3a - 5)(a + 2) = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

따라서 밑변의 길이는 $(a + 2) \times 2 = 2a + 4$ 이다.

9. $5007 \times 5009 + 1$ 이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하면?

- ① 5005 ② 5006 ③ 5007 ④ 5008 ⑤ 5009

해설

$$\begin{aligned} 5007 \times 5009 + 1 &= (5008 - 1)(5008 + 1) + 1 \\ &= 5008^2 - 1 + 1 = 5008^2 \end{aligned}$$

10. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

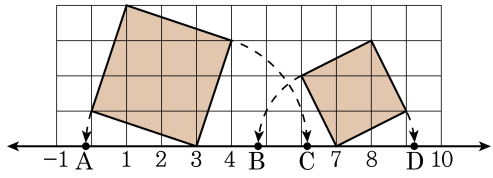
11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

12. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

13. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

14. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

15. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

16. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x-2y+4z)(2x+2y-4z) \\ &= \{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\} \\ & 2y-4z=A \text{로 치환하면} \\ & (3x-A)(2x+A) \\ &= 6x^2+Ax-A^2 \\ & A=2y-4z \text{를 대입하면} \\ & 6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2 \\ &= 6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2 \\ & \therefore xy, yz, zx \text{ 각각의 계수의 합 : } 2+16+(-4)=14 \end{aligned}$$

17. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

18. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면
 $2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$
 $=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$
 $=(x-5)(4x+1)$
 $\therefore ab+cd=1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$

19. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\&\therefore (\text{일차식 인수들의 합}) \\&= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x\end{aligned}$$

20. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

21. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore k^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$

22. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

23. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\&= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\&= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\&= 2 \times 2^3 \\&= 2^4\end{aligned}$$

24. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

25. $100 \leq a \leq 200$ 일 때, $\sqrt{7a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 287

해설

$$\begin{aligned} a &= 7 \times x^2 \\ 100 &\leq 7 \times x^2 \leq 200 \\ 14. \times \times \leq x^2 &\leq 28. \times \times \\ x &= 4, 5 \\ a &= 112, 175 \\ \therefore 112 + 175 &= 287 \end{aligned}$$

26. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

27. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 이므로

$2 < \sqrt{2x} \leq 3$

각 변을 제곱하면

$4 < 2x \leq 9$

$2 < x \leq \frac{9}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

28. 함수 $f(x)$ 는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$ 의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(x)$ 는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 로 놓으면

$$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots \textcircled{1}$$

$$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots \textcircled{2}$$

①에 의하여 $2a + c = 7$

②에 의하여 $3a + c = 2$

연립방정식을 풀면 $\therefore a = -5, c = 17$

29. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$$\begin{aligned} 685^2 &= 469225, & 686^2 &= 470596, \\ 687^2 &= 471969 \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로
 $685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$
 $685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$
 $6.85 < \sqrt{47} < 6.86$
따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

30. $abc = -4$, $a+b+c = 0$ 일 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$a+b+c=0$ 에서 $a+b=-c$, $b+c=-a$, $c+a=-b$ 이므로
주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}(a+b)(b+c)(c+a) &= (-c) \times (-a) \times (-b) \\ &= -abc = -(-4) = 4\end{aligned}$$

31. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})=a3^b-2^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} & (3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) \\ &= a3^b-2^c \text{ 에서 양변에 } (3-2) \text{ 를 곱하면} \\ & (3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = (3-2)(a3^b-2^c) \\ & (3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b-2^c \\ & (3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b-2^c \\ & 3^{32}-2^{32} = a3^b-2^c \\ \therefore a=1, b=32, c=32 \\ \therefore a+b+c=65 \end{aligned}$$

32. $x^2 - 8x + 1 = 0$ 일 때, $2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$x^2 - 8x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 8$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2 \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \right) = 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + \frac{2}{x^2} + 4 = 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 = 2 \times 8^2 = 128$$

33. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

- ① 8 ② -13 ③ -8 ④ -7 ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
 $(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$