1. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

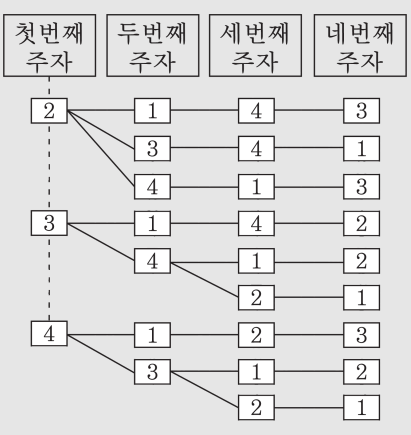
2. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 9 개

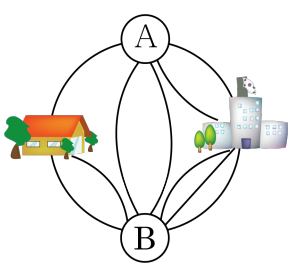
해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

3. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집→ A → 학교 : $1\times2=2$
(2) 집→ B → 학교 : $2\times3=6$
(3) 집→ A → B → 학교 : $1\times2\times3=6$
(4) 집→ B → A → 학교 : $2\times2\times2=8$
$\therefore\ 2+6+6+8=22$

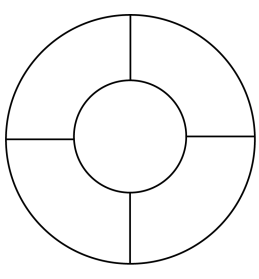
4. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

① 59 ② 72 ③ 105 ④ 132 ⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5가지 이므로
$3 \times 4 \times 5 = 60$
여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.
$\therefore\ 60 - 1 = 59$

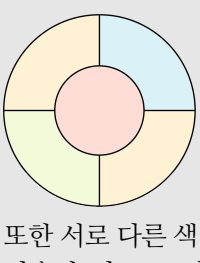
5. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.

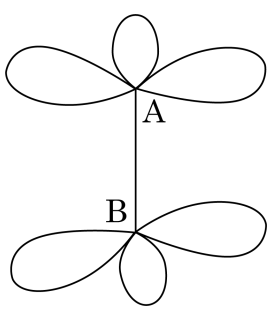


또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4\times3\times2\times1}{2}=12$$

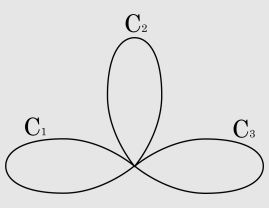
$\therefore$ 12 가지

6. 다음 그림과 같이 도형을 그리는데 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수는? (A 또는 B 에서 시작한다.)



① 4588 ② 4592 ③ 4600 ④ 4608 ⑤ 4612

해설



A 에서 B 로 가는 방법의 수를 생각한다.
C_1, C_2, C_3 의 순으로 그리는 방법 :
각각을 시계 방향, 반시계 방향으로 그릴 수 있으므로
$2 \times 2 \times 2 = 8$
C_1, C_2, C_3 를 선택하여 배열하는 방법의 수 : $3! = 6$
따라서 $(8 \times 6)^2 = 2304$
그런데 B 에서 A 로 그리는 방법도 있으므로
$2304 \times 2 = 4608$

7. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (ⅰ) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅱ) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅰ), (ⅱ)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r =$ (가) $+$ (나)

위의 과정에서 (가), (나)에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(ⅰ)에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow$(가)
(ⅱ) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow$(나)

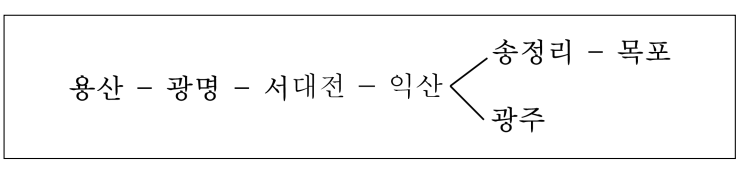
8. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$

9. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.
${}_7P_2 = 42$
그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

10. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.
$5! \times 3! = 720$

11. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$\Rightarrow 4! \times_5 P_3 = 1440$

12. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
$4! \times 3! = 144$

13. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5 개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$

14. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32 ② 48 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$\therefore\ 3\times4\times4\times3=144$(가지)

15. '*korea*' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.
$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$

16. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6 번마다 자리 수가 변경 된다.
100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$
$100 \sim 999$: $(6 \times 6) \times 5 = 180$
따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

17. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

18. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20 가지

해설

${}_6C_3 = 20$

19. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.
1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$
2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$
$\therefore 180 + 120 = 300$

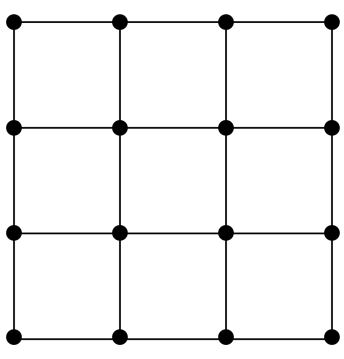
20. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인가?

① 125 ② 175 ③ 275 ④ 385 ⑤ 495

해설

십이각형에서 4개의 점을 선택하면 대각선이
한 개가 만들어진다. 따라서 대각선의 교점의
최댓값은 십이각형의 12 개의 꼭지점에서
4 개의 점을 선택하는 가지 수와 같다.
$\therefore\ {}_{12}C_4 = 495$

21. 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?

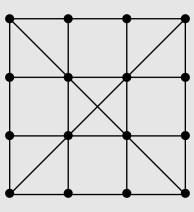


① 342 ② 428 ③ 489 ④ 516 ⑤ 642

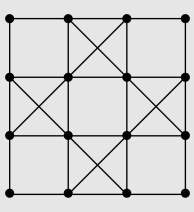
해설

전체 삼각형의 개수에서 일직선 위에 있는 점들 중 3 개를 고를 경우를 제한다.

1) 점 4 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 10 가지

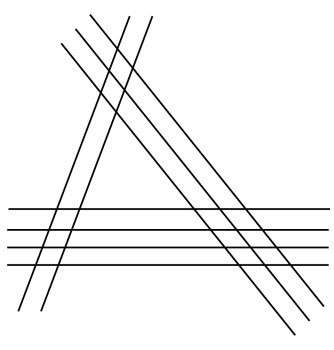


2) 점 3 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 4 가지



$_{16}C_3 - (_4C_3 \times 10 +_3 C_3 \times 4) = 516$

22. 다음 그림에서 4 개의 선분을 사용하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 평행사변형은 제외)



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

사다리꼴이 되기 위해서는 한 쌍의 평행한
선분과평행하지 않는 두 선분이 필요하다.
2 개의 평행선이 있는 부분을 A , 세 개의 평행선이 있는 부분을 B , 네 개의 평행선이 있는 부분을 C 라 하자.
① A 에서 2 개, B, C 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 12$
② B 에서 2 개, C, A 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 24$
③ C 에서 2 개, A, B 에서 각 1 개의 선분
: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 36$
$\therefore ① + ② + ③ = 72$

23. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는 사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진 그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1 개국과 아프리카 1 개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$$

$$- \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \right.$$

$$\left. \times ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\}$$

$$= \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81$$

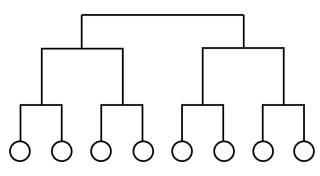
24. 크기와 모양이 다른 9 개의 구슬을 4 개, 3 개, 2 개로 나누어 3 명의 어린이에게 나누어 주는 방법의 수는?

① 7480 ② 7520 ③ 7560 ④ 7600 ⑤ 7640

해설

${}_9C_4 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times 3! = 7560$

25. 농구대회에 참가한 8 명이 오른쪽 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 할 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 315 가지

해설

우선 8 명을 일렬로 배열한다. 대칭되는 경우

7 가지를 2^7 으로 나누면 $= \dfrac{8!}{2!2!2!2!2!2!2!} = 315$