1. 허수단위 i에 대하여 $i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$을 간단히하면?

① $1+i$　② $-1+i$　③ $2i$

④ $2+i$　⑤ 2

해설

$i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$
$=i+(-1)+(-i)+1+i+(-1)$
$=-1+i$

2. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$이면 $\bar{z} = 1 - i$이다.

$\therefore \dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \dfrac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \dfrac{2}{2i} = -i$

3. $x^2 - 5x + 6 = 0$의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

4. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$
② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$
③ $y = -(x-1)^2$
④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$
⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$을 갖는다.
③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.
④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.
⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

5. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ −3 ④ 1, 3 ⑤ −1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$

$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$

$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$

순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.

$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.

$\therefore x=1$

6. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$이 실근을 갖도록 실수 k의 범위를 정하면?

① $k < 1$ ② $k \leq 1$ ③ $k < 3$

④ $k \leq 3$ ⑤ $1 < k < 3$

해설

$3x^2 + 6x + k = 0,$

$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$

$3k \leq 9 \quad \therefore \ k \leq 3$

7. x에 대한 이차식 $2x^2+(k+1)x+k-1$이 완전제곱식이 될 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2x^2+(k+1)x+k-1$이 완전제곱식이므로
$D=(k+1)^2-8(k-1)=0$
$(k-3)^2=0$
$\therefore\ k=3$

8. 이차방정식 $2x^2-6x+1=0$의 두 근을 α,β라 할 때, $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2-6x+1=0$　② $x^2-6x+1=0$

③ $x^2-7x+3=0$　④ $2x^2+6x-1=0$

⑤ $2x^2-7x+3=0$

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\frac{6}{2}=3$, $\alpha\beta=\frac{1}{2}$ 이므로

3 과 $\frac{1}{2}$을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$, $3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}=0$

$\therefore\ 2x^2-7x+3=0$

9. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$의 근이 아닌 것은?

① -1　② 1　③ 2

④ $1+2i$　⑤ $1-2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$

$(x+1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$

$(x+1)(x-2)(x^2 - 2x + 5) = 0$

$(x+1)(x-2)(x-1-2i)(x-1+2i) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ 2,\ 1+2i,\ 1-2i$

따라서 근이 아닌 것은 1이다.

10. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$의 네 근 중 가장 작은 근을 a, 가장 큰 근을 b라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$
$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$
$\therefore\ x = \pm\sqrt{5},\ x = \pm\sqrt{6}$
가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$
$\therefore\ a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$

11. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha$,$y = \beta$라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$\begin{cases} y = x + 1 & \cdots ㉠ \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2 + (x+1)^2 = 5$, $2x^2 + 2x - 4 = 0$,

$2(x+2)(x-1) = 0$

$\therefore\ x = 1,\ -2$

$x = 1$일 때, $y = 2$,

$x = -2$일 때, $y = -1$

$\therefore\ \alpha = 1, \beta = 2$ 또는 $\alpha = -2,\ \beta = -1$

$\therefore\ \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 두근을 α, β라 할 때, $\alpha - \beta = 7$이 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, a는 실수)

① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

해설

$\alpha + \beta = 8,\ \alpha - \beta = 7$이므로

$$\alpha\beta = \frac{1}{4}\left\{(\alpha+\beta)^2 - (\alpha-\beta)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{4}(8^2 - 7^2)$$

$$= \frac{15}{4}$$

13. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 범위는?

① $k < 1$ 또는 $k > 5$　② $1 < k < 5$

③ $1 \le k \le 5$　④ $k < -5$ 또는 $k > -1$

⑤ $1 < k < 3$

해설

이차방정식 $x^2 + kx + k = x + 1$, 즉 $x^2 + (k-1)x + k - 1 = 0$
이 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로
$D = (k-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k-1) > 0$
$k^2 - 6k + 5 > 0$, $(k-1)(k-5) > 0$
$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

14. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x-a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

15. $x-1=1-y=\dfrac{z-3}{2}$ 을 만족시키는 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2+y^2+z^2$ 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1=1-y=\dfrac{z-3}{2}=k$ 라 하면

$x=k+1,\ y=1-k,\ z=2k+3$

그러므로

$x^2+y^2+z^2=(k+1)^2+(1-k)^2+(2k+3)^2$

$=6k^2+12k+11$

$=6(k+1)^2+5$

따라서, $k=-1$ 일 때

$x^2+y^2+z^2$ 의 최솟값은 5 이다.

16. 둘레의 길이가 48m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 81m^2 ② 100m^2 ③ 121m^2

④ 144m^2 ⑤ 169m^2

해설

가로의 길이를 $x\,\text{m}$, 세로의 길이를 $(24-x)\,\text{m}$, 넓이를 $y\,\text{m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24-x) \\ &= -x^2+24x \\ &= -(x^2-24x+144-144) \\ &= -(x-12)^2+144 \end{aligned}$$

따라서 $x=12$ 일 때 넓이의 최댓값은 $144\,\text{m}^2$ 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 $(3,\ 6)$ 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = ax^2 + bx + c$
$= a(x-2)^2 + 4$
점 $(3,\ 6)$ 을 지나므로 $a(3-2)^2 + 4 = 6$
$\therefore a = 2$

18. 사차방정식 $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$을 만족하는 모든 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$의 양변을
x^2으로 나누면

$$x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$로 치환하면

$t^2 + t = 0,\ t(t+1) = 0$

$\therefore\ t = 0$ 또는 $t = -1$

(ⅰ) $x + \frac{1}{x} = 0$일 때, $x^2 + 1 = 0$

$\therefore x = \pm i$

(ⅱ) $x + \frac{1}{x} = -1$일 때,

$x^2 + 1 = -x,\ x^2 + x + 1 = 0$

$$\therefore\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식의 근은

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore\ (-i) + i + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -1$$

19. $i(x+i)^3$이 실수일 때, 실수 x의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ -1

해설

$i(x+i)^3 = i(x^3 + 3x^2i - 3x - i)$
$= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i$
실수가 되기 위해서는 허수부가 0
$\therefore\ x^3 - 3x = 0$
$x(x^2 - 3) = 0$
$\therefore\ x = 0,\ \pm\sqrt{3}$

20. $x^2+(m-1)x+m+1=0$의 두 근이 정수가 되도록 정수 m의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2+(m-1)x+m+1=0$의 두 근을 α, β라면

$\alpha+\beta=1-m\cdots$㉠, $\alpha\beta=m+1\cdots$㉡

㉠ + ㉡을 하면 $\alpha\beta+\alpha+\beta=2$ (α, β는 정수)

$(\alpha+1)(\beta+1)=3$

$\therefore \begin{cases}\alpha=0\\ \beta=2\end{cases}$ $\begin{cases}\alpha=-2\\ \beta=-4\end{cases}$ 를 ㉡에 대입하면

$m=-1,\ 7$