

1. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(a+1) = 12$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

2. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 17일 때, 다음 중 A, B 의 공배수가 아닌 것은?

- ① 17 ② 34 ③ 51 ④ 62 ⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

3. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16$ (cm)

4. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로
바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.
최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

5. 다음 a, b, c (단, a, b 는 서로소이다.)에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$(+14) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = 14 \times \left(-\frac{a}{b}\right) = c$$

▶ 답:

▶ 정답: 4 또는 +4

해설

$$(+14) \div \left(-\frac{7}{3}\right) = (+14) \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -6$$

따라서 $a = 3, b = 7, c = -6$ 이므로 $a + b + c = 4$ 이다.

6. 다음 계산 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{4} \div \frac{3}{2} \times 4 = \frac{2}{3}$
- ② $\frac{4}{15} \times (-24) \div \frac{8}{21} = -\frac{84}{5}$
- ③ $(-24) \div \frac{8}{3} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -36$
- ④ $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{17}{12}$
- ⑤ $(-20) \div \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{15}{14} = \frac{56}{5}$

해설

$$\textcircled{5} (-20) \div \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{15}{14} = \frac{90}{7}$$

7. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

9. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

- ① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

10. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

11. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$ ③ $5^2 \times 11 \times 19$
④ $3^5 \times 5^2$ ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8 + 1 = 9$ (개)
② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)
⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

12. 어떤 수가 있다. 그 수를 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는다고 할 때, 그 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 59

해설

구하는 수는 (3, 4, 5의 공배수)-1인 수 중 가장 작은 수이다.
3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로 가장 작은 수는 $60 - 1 = 59$ 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{15}{3}$ 는 정수 아닌 유리수이다.
- ② 1은 자연수이면서 유리수이다.
- ③ 0은 자연수가 아니다.
- ④ $-\frac{9}{2}$ 는 자연수가 아니다.
- ⑤ 0은 정수이면서 유리수이다.

해설

$\frac{15}{3}$ 는 정수이다.

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수는 무한히 많다.
- ② -1 와 $+4$ 사이에는 5 개의 정수가 있다.
- ③ -2 와 $+3$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ④ 유리수는 분모가 0 이 아닌 분수로 모두 나타낼 수 있다.
- ⑤ 자연수는 무한히 많지 않다.

해설

- ② -1 과 $+4$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ⑤ 자연수는 무한히 많다.

15. 절댓값이 4 보다 크고 7 보다 작은 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

절댓값이 4 보다 크고 7 보다 작은 정수 :
-6, -5, 5, 6(4개)

16. 원점으로부터 두 점 A, B 에 이르는 거리가 같고 $A - B = 6$ 일 때, 점 A 에 대응하는 수는?

- ① 0 ② -6 ③ -3 ④ +3 ⑤ +6

해설

두 점은 원점으로부터 같은 거리에 있고 A 가 B 보다 6 만큼 더 크므로 $A = 3, B = -3$ 이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 절댓값이 가장 작은 정수는 0이다.
- ② $0 < a < b$ 이면 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 작다.
- ③ a 가 양수일 때, a 의 절댓값은 a 이다.
- ④ $a < b$ 이면 a 의 절댓값보다 b 의 절댓값이 크다.
- ⑤ a 가 0이 아닌 유리수일 때, 절댓값이 a 인 수는 항상 2개이다.

해설

④ 반례 : $-3 < -2$ 이지만, -3 의 절댓값이 -2 보다 크다.

18. 절댓값이 $\frac{7}{2}$ 보다 작은 정수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

절댓값이 $\frac{7}{2}$ 보다 작은 정수 중에서

가장 큰 수 : +3

가장 작은 수 : -3

$$(+3) - (-3) = (+3) + (+3) = 6$$

19. 다음 수들에 대한 설명으로 옳은 것은?

$-3, 2.5, -\frac{2}{3}, 0, 1, 0.3$

- ① 절댓값이 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0 이다.
- ③ 가장 큰 수는 1 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 큰 수는 3 개이다.

해설

숫자가 작은 순으로 차례로 나열하면

$-3, -\frac{2}{3}, 0, 0.3, 1, 2.5$ 이므로,

- ① 절댓값이 가장 큰 수는 -3 이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0.3 이다.
- ③ 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 작은 수는 3 개이다.

20. 다음 수식을 문장으로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $1 < x < 6$: x 는 1보다 크고 6보다 크지 않다.
- ② $-3 \leq x \leq 5$: x 는 -3보다 작지 않고 5보다 작거나 같다.
- ③ $x < 2, x > 7$: x 는 2보다 작고 7보다 크다.
- ④ $x \leq -3, x > 1$: x 는 -3 미만이고 1 초과이다.
- ⑤ $0 \leq x < 4$: x 는 0 이상이고 4 이하이다.

해설

- ① $1 < x < 6$: x 는 1보다 크고 6보다 작다.
- ④ $x \leq -3, x > 1$: x 는 -3 이하이고 1 초과이다.
- ⑤ $0 \leq x < 4$: x 는 0 이상이고 4 미만이다.

21. 다음 중 옳은 것을 2 개 고르면?

- ① 절댓값은 항상 양수이다.
- ② a 의 절댓값이 3 이고, b 의 절댓값이 5 일 때 $a-b$ 의 값 중 가장 작은 값은 -2 이다.
- ③ $a < 0$ 이면 a 의 절댓값은 $-a$ 이다.
- ④ 수직선 위에서 -2 와의 거리가 3인 수는 1 과 -5 이다.
- ⑤ 절댓값이 4 이하인 정수는 모두 8 개다.

해설

- ① 0의 절댓값은 0이다.
- ② $a = 3, -3, b = 5, -5$ 이므로 $a-b$ 의 값 중 가장 작은 값은 $-3-5 = -8$ 이다.
- ③ a 의 절댓값
 $|a| = a (a \geq 0), -a (a < 0)$
- ⑤ $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 의 9 개이다.

22. 다음 보기 중 그 계산 결과가 가장 작은 것은?

보기

- ㉠ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$
- ㉡ $(-1)^3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
- ㉢ $(-1)^5 \times (-0.5)$
- ㉣ $(-2)^3 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$
- ㉤ $(-1)^7 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $-\frac{1}{8}$

㉡ $-\frac{1}{12}$

㉢ $\frac{1}{2}$

㉣ $\frac{8}{5}$

㉤ $\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{8} < -\frac{1}{12} < \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < \frac{8}{5}$ 이므로 가장 작은 수는 $-\frac{1}{8}$ 이다.

23. 안에 알맞은 수는 ?

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{9}{4} \div \text{} = \frac{1}{9}$$

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{18}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 9

해설

$$\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} \times \text{} = \frac{1}{9}, \quad \text{} = \frac{1}{9}$$

$$\text{} = 9$$

24. 다음 조건을 만족하는 서로 다른 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

- ㉠ a 와 b 는 각각 -5 보다 크다.
- ㉡ a 의 절댓값은 -5 의 절댓값과 같다.
- ㉢ c 는 b 보다 0 에 더 가깝다.
- ㉣ b 는 음의 정수이다.

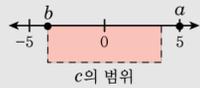
▶ 답:

▷ 정답: $a > c > b$

해설

㉡에서 a 의 절댓값은 -5 의 절댓값과 같고, a 는 -5 보다 크다고 하였으므로 $a = 5$ 이다.

b 는 -5 보다 큰 음의 정수이고, c 는 b 보다 0 에 가까이 있으므로 이 조건을 만족하는 a, b, c 를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $a > c > b$ 이다.

25. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.)

▶ 답:

▷ 정답: 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는 $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 7)$ 의 두 가지 경우이다.
 $S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$ 또는 $S(m) = 2 + 3 + 7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$ 따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

26. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

- ① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

27. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.
32의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8이다.

28. 다음 조건을 모두 만족하는 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값은?

- ㄱ. $|a| = 2$
- ㄴ. a, b 는 음의 정수, c 는 양의 정수
- ㄷ. c 는 a 보다 3만큼 큰 수
- ㄹ. $b = a - 1$

- ① +1 ② +2 ③ +3 ④ +4 ⑤ +5

해설

ㄱ. $|a| = 2$ 이므로 $a = +2$ 또는 $a = -2$ 이다.
ㄴ, ㄷ에 의해서 $a = -2$ 이다.
ㄷ. c 는 a 보다 3만큼 큰 수이므로
 $c = -2 + 3 = (-2) + (+3) = +1$ 이다.
ㄹ. $b = a - 1$ 에서
 $b = -2 - 1 = (-2) - (+1) = (-2) + (-1) = -3$ 이다.
따라서 $a = -2, b = -3, c = +1$ 이므로
 $a - b + c = (-2) - (-3) + (+1)$
 $= (-2) + (+3) + (+1)$
 $= (-2) + (+4) = +2$ 이다.

29. 다음과 같은 수의 나열이 있다. 다음 수들의 합을 구하여라.

$-1, +2, -3, +4, -5, \dots, -299, +300$

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

앞에서부터 두 개씩 묶어 계산하면 +1 이 나온다. 이런 것이 150 번 더해지므로 결과는 150 이다.

30. 네 유리수 $-\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{5}$, $\frac{5}{3}$, -4 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 최댓값이 되려면 곱해서 만들어진 수의 부호가 양수이어야 한다. 따라서 음수 2개, 양수 1개를 뽑는다.

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \times (-4) \times \square$$

\square 에 들어갈 수는 양수 2개 중 큰 수이다.

$$\therefore \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-4) \times \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

최솟값이 되려면 반대로 곱해서 만들어진 수의 부호가 음수이어야 한다.

따라서 양수 2개, 음수 1개를 뽑는다.

$$1\frac{2}{5} \times \frac{5}{3} \times \square$$

\square 에 들어갈 수는 음수 2개 중 작은 수이다.

$$\therefore 1\frac{2}{5} \times \frac{5}{3} \times (-4) = -\frac{28}{3}$$

$$\text{따라서 } a-b = \frac{5}{3} - \left(-\frac{28}{3}\right) = 11$$