

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $2(x-3) = -x+5+3x$

② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.

③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다.

④ $x^2 + 4x - 5 = 0$

⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

2. 다음 명제 중 참인 것의 개수를 구하면?

- ㉠ $2a^2 - 3b^2 = ab$ 이면 $a + b = 0$ 이다.
- ㉡ x 가 무리수 이면 x 는 무한소수이다.
- ㉢ 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ x 가 3 의 배수이면 $x + 1$ 은 짝수이다.
- ㉤ 사각형의 대각선이 직교하면 마름모이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 0개

해설

㉠ $2a^2 - ab - 3b^2 = 0$, $(a + b)(2a - 3b) = 0$

∴ $a + b = 0$ 또는 $2a - 3b = 0$ 이므로 거짓

㉡ 무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 참

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이므로 거짓

㉣ 반례 : $x = 6$ 일 때 $x + 1 = 7$ (홀수)

㉤ 대각선이 직교하는 사각형이 모두 마름모는 아니다. 정사각형도 있다.

∴ ㉡만 참이다.

3. 다음 보기의 명제 중 ‘역’과 ‘대우’가 모두 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.

㉡ 실수 x, y 에 대하여 $x + y > 2$ 이면 $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이고, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이므로 명제와 그 역이 모두 참이다. 따라서 역과 대우 모두 참이다.

㉡ 역 ‘ $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이면 $x + y > 2$ ’에서 $x = 2, y = -3$ 일 때 $2 - 3 < 2$ 이므로 거짓이다. 대우 ‘ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 2$ ’는 참이다.

㉢ 역 ‘ $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이면 $\angle A = \angle B$ ’는 $\angle A = \angle C$ 또는 $\angle B = \angle C$ 일 때도 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 거짓이다. 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다. 따라서 역과 대우가 모두 참인 것은 ㉠뿐이다.

4. 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 차례대로 바르게 나열한 것은? (단, x, y, z 는 실수)

㉠ $p : x^2 + y^2 > 0, q : x \neq 0, y \neq 0$

㉡ $p : x + z > y + z, q : x > y$

① ㉠ 필요조건 ㉡ 충분조건

② ㉠ 충분조건 ㉡ 필요조건

③ ㉠ 충분조건 ㉡ 필요충분조건

④ ㉠ 필요충분조건 ㉡ 필요충분조건

⑤ ㉠ 필요조건 ㉡ 필요충분조건

해설

㉠ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

㉡ 주어진 명제와 역 모두 참이다.

5. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n = (\text{나})$ (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』의 대우는 ‘ n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.’

∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$

∴ (나)- $2k$

6. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \emptyset$

② $P \cap Q = Q$

③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \rightarrow \sim q$ 이고, 대우 $q \rightarrow p$ 는 참이다. 따라서, 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$ 가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

7. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 항상 참인 명제는?

$$p : 2x - 3 \geq 1 \quad q : |x| < 2$$

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$$P : x \geq 2, Q : -2 < x < 2$$

$$P \subset Q^c \leftrightarrow Q \subset P^c$$

$$\therefore p \rightarrow \sim q(\text{참}) \leftrightarrow q \rightarrow \sim p(\text{참})$$

8. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

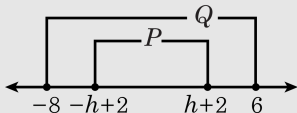
▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, \quad h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$\therefore h$ 의 최댓값은 4

9. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$|x - 2| < a \text{ 에서 } -a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$$

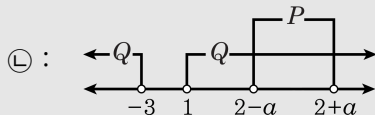
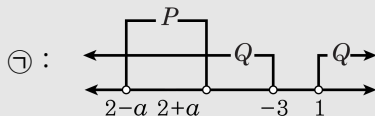
$$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}, Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2 - a \geq 1 \dots$

$\textcircled{L}$,

$$\text{즉, } a \leq -5 \text{ 또는 } a \leq 1$$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

10. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$

② $p \Rightarrow \sim r$

③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$

⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$

$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$

$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

11. 세 조건 $p : |x| < 1, q : x > a, r : x > 2$ 에 대하여 p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이고 q 는 r 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $1 < a < 2$

② $1 \leq a \leq 2$

③ $a < 1$ 또는 $a > 2$

④ $a \leq 1$ 또는 $a \geq 2$

⑤ $a > 0$

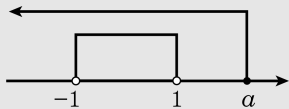
해설

$$p : |x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로

$$\{x \mid -1 < x < 1\} \subset \{x \mid x \leq a\}$$

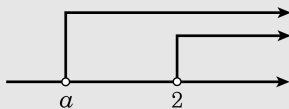
$$\therefore a \geq 1 \cdots \textcircled{㉠}$$



q 는 r 이기 위한 필요조건이므로

$$\{x \mid x > 2\} \subset \{x \mid x > a\}$$

$$\therefore a \leq 2 \cdots \textcircled{㉡}$$



따라서, ㉠과 ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로 $1 \leq a \leq 2$

12. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

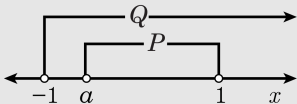
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$