1. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

2. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 $\therefore$ A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

3. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

4. 어떤 자연수를 3으로 나누면 1이 남고, 4로 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면?

① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4로 나눌 때 2가 부족한 수이므로
(3과 4의 공배수)-2인 수이다.
3, 4의 최소공배수가 12이므로 가장 작은 자연수는 $12-2=10$
이다.
∴ 10

5. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

6. 어떤 자연수를 5로 나누면 2가 남고, 6으로 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

구하는 수는 5, 6으로 나눌 때 3이 부족한 수이므로 (5와 6의 공배수)-3인 수이다.

5, 6의 최소공배수는 30, 따라서 구하는 가장 작은 자연수는 $30 - 3 = 27$ 이다.

7. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

- ① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

9. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a+b = 2+3 = 5$

10. 세 수 6, 8, 12 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 인 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 101

해설

구하는 수를 A 라 하면
 $A = (6, 8, 12$ 의 공배수) $+5$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수,
6, 8, 12의 최소공배수는 24이다.
24의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, ...
따라서 $A = 96 + 5 = 101$ 이다.

11. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면?

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

이다.

$$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

12. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

- ① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 108

해설

$$\begin{aligned} 30 &= 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3 \\ \text{최대공약수는 } 6 &= 2 \times 3, \\ \text{최소공배수는 } 1080 &= 2^3 \times 3^3 \times 5 \\ \therefore \text{ } &= 2 \times 3^3 = 54 \end{aligned}$$

13. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\dots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\dots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

14. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

15. 가로 길이, 세로 길이, 높이 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

16. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 x (m)라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \Delta$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20$ (m)
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(\text{m}) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(\text{m}) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

17. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

- ① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

18. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수는 } 2^3 \times 3^2 = 72$$

$$\text{톱니바퀴 } A \text{ 는 } 72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$$

$$\text{톱니바퀴 } B \text{ 는 } 72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$$

$$\text{톱니바퀴 } C \text{ 는 } 72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

19. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

- ① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3이 되는 수는 (2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로 (2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1부터 100까지의 자연수 중에서 구하면 $12-1 = 11, 24-1 = 23, \dots, 12 \times 8 - 1 = 95$ 까지 8개이다.

21. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$

22. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
 $a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$)라 하면
 $7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는
 $(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

23. 세 수 124, 156, 204를 어떤 수로 나누었더니 그 나머지가 모두 같았다. 어떤 수 중에서 가장 큰 수와 그 때의 나머지를 구하여라.

- ① 어떤 수 : 7, 나머지 : 2 ② 어떤 수 : 9, 나머지 : 5
③ 어떤 수 : 12, 나머지 : 6 ④ 어떤 수 : 16, 나머지 : 2
⑤ 어떤 수 : 16, 나머지 : 12

해설

어떤 수를 x , 나머지를 r 이라 하고 세 수 124, 156, 204의 몫을 각각 Q_1, Q_2, Q_3 라 하면
 $124 = xQ_1 + r, 156 = xQ_2 + r, 204 = xQ_3 + r$ 이므로
각각의 수의 차는 x 로 나누어 떨어진다.
 $204 - 124 = 80, 204 - 156 = 48, 156 - 124 = 32$
 $32, 48, 80$ 의 최대공약수는 16이므로 어떤 수는 16이고 그 때의 나머지는 12이다.

24. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.
 $(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.
 $(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.
 $\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.
 $[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.
 $[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 7$,
 $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$
 $\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

25. 두 자연수의 곱이 972 이고, 최대공약수가 9 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 36

해설

두 자연수를 A, B 라 하고 최소공배수를 L 이라 하면 $972 = 9 \times L$
이므로 $L = 108$

$$9) \begin{array}{r} A \\ a \end{array} \begin{array}{r} B \\ b \end{array}$$

$$9 \times a \times b = 108$$

$$a \times b = 12 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$$A = 9 \times a, B = 9 \times b \text{ 이고 } A > B \text{ 라 하면}$$

$$a = 12, b = 1 \text{ 또는 } a = 4, b = 3$$

$$(i) a = 12, b = 1 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 12 - 9 \times 1 = 99$$

$$(ii) a = 4, b = 3 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 4 - 9 \times 3 = 9$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 27, 36 이다.

26. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,
 $G \times L = A \times B$
 $810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.
 $\therefore (\text{최소공배수}) = 90$

27. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$
($a < b$, a 와 b 는 서로소)라 하면
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$
따라서 $A = 9$, $B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

28. 두 자연수 $18, A$ 의 최대공약수는 6 , 최소공배수는 36 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $18 \times A = 6 \times 36$
 $A = 12$ 이다.

29. 두 수 $3^2 \times 5$, A 의 최대공약수가 3×5 , 최소공배수가 $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(3^2 \times 5) \times A = (3 \times 5) \times (2 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ 이다.
 $\therefore A = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

30. 두 자연수 A, B 가 $\frac{A}{2} = \frac{B}{3}$ 를 만족하고 A, B 최대공약수와 최소공배수의 곱이 150 이다. 이때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 10$

▷ 정답: $B = 15$

해설

$A = 2k, B = 3k$, 두 수의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$2k \times 3k = 150, k^2 = 25, k = 5$ 이다.

$\therefore A = 10, B = 15$

31. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

- ① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$,
 $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.

32. 두 자연수의 곱이 768 이고 최소공배수가 96 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $768 = 96 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

33. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

34. 1에서 200까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13의 6개