

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25 는 5 이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
- ⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

2. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

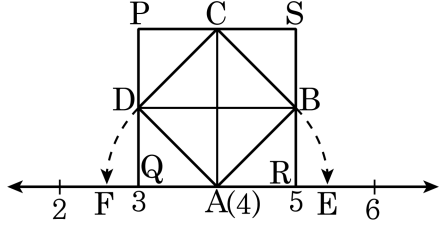
$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 PQRS 가 있다. $\overline{AB}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 E , $\overline{AD}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 F 라고 할 때, 두 점의 좌표가 바르게 짝지어진 것은?



- ① $E(5 + \sqrt{2})$, $F(3 - \sqrt{2})$ ② $E(5 - \sqrt{2})$, $F(4 + \sqrt{2})$
 ③ $E(4 + \sqrt{2})$, $F(4 - \sqrt{2})$ ④ $E(4 - \sqrt{2})$, $F(4 + \sqrt{2})$
 ⑤ $E(6 - \sqrt{2})$, $F(2 + \sqrt{2})$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AD} = \overline{AF} = \sqrt{2}$

점 E 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 큰 수이므로 점 E 의 좌표는 $E(4 + \sqrt{2})$

점 F 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 작은 수이므로 점 F 의 좌표는 $F(4 - \sqrt{2})$

4. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

5. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$

6. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

7. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
- ④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

9. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

12, 0.4, $\frac{1}{16}$, 0.4, $\frac{4}{25}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm \sqrt{12}$
0.4 의 제곱근 $\pm \sqrt{0.4}$
 $\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm \frac{1}{4}$
0.4 의 제곱근 $\pm \frac{2}{3}$
 $\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm \frac{2}{5}$

10. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

11. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

12. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

13. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

14. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

15. a 가 유리수 일 때, $\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\begin{aligned}\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1} &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{(3\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{26}\end{aligned}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$$(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1) = 3a\sqrt{3} - a + 9 - \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \text{ 이므로 } 3a - 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

16. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1,225	1,229	1,233	1,237
1.6	1,265	1,269	1,273	1,277
1.7	1,304	1,308	1,311	1,315
1.8	1,342	1,345	1,349	1,353
1.9	1,378	1,382	1,386	1,389

- ① $\sqrt{162}$
- ② $\sqrt{0.0192}$
- ③ $\sqrt{17200}$
- ④ $\sqrt{180}$
- ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

- ① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10 \sqrt{1.62} = 10 \times 1.273 = 12.73$
- ② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\frac{1.92}{100}} = \frac{\sqrt{1.92}}{10} = 0.1386$
- ③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100 \sqrt{1.72} = 131.1$
- ④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10 \sqrt{1.80} = 13.42$
- ⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\frac{15.2}{10000}} = \frac{\sqrt{15.2}}{100}$

17. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

① 25

② 27

③ 31

④ 34

⑤ 36

해설

$$\sqrt{x} = 5. \times \times$$

$$5 \leq \sqrt{x} < 6 \rightarrow 25 \leq x < 36$$

18. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \cdots \text{①}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \cdots \text{②}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

19. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4ax + 24 \\ &= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24 \end{aligned}$$

꼭짓점 $(2a, -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

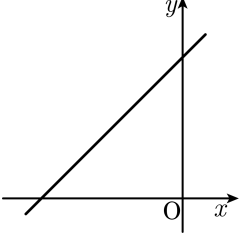
$$-4a^2 + 24 = 4a$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

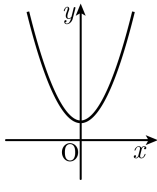
$$(a - 2)(a + 3) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

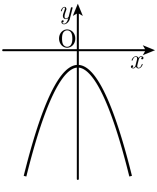
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



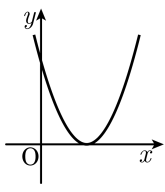
①



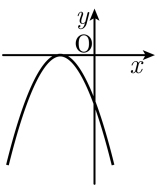
②



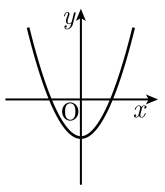
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0, q < 0, a > 0, c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

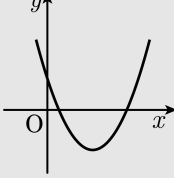
보기

- ㉠ 제1 사분면
- ㉡ 제2 사분면
- ㉢ 제3 사분면
- ㉣ 제4 사분면

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

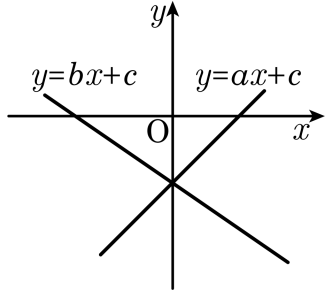
해설

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.

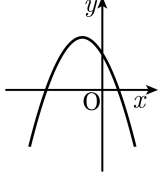


따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

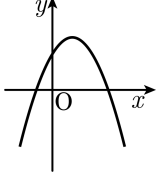
23. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프로 적당한 것은?



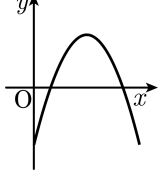
①



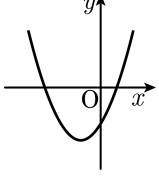
②



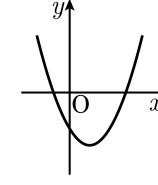
③



④



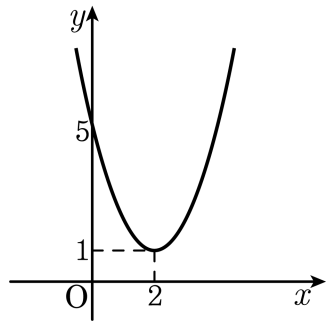
⑤



해설

$y = ax + c$ 에서 $a > 0$, $c < 0$
 $y = bx + c$ 에서 $b < 0$, $c < 0$ 이므로
 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는
 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 모양이고
 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 축의 방정식 $x = p > 0$ 이고
 $c < 0$ 이므로 y 절편 < 0 이다.
따라서 적당한 그래프는 ⑤이다.

24. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. 이 포물선에 대한 설명 중 옳은 것은?



- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다.
- ② $y = (x - 2)^2 + 1$ 의 그래프이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.

해설

- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 1$

25. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$